

**Reseña de un resultado científico sobre la enseñanza integrada  
de contenidos matemáticos**  
**Overview of a scientific result on the integrated teaching  
mathematical content**

Ibrahim Arnaiz-Barrios

[ibrahima@sma.unica.cu](mailto:ibrahima@sma.unica.cu)

José Antonio García-Rodríguez

[josea@sma.unica.cu](mailto:josea@sma.unica.cu)

Agustín M. López-Perdigón

[alp@sma.unica.cu](mailto:alp@sma.unica.cu)

Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez

**Resumen**

La introducción de los resultados científicos es una demanda de los lineamientos del VI Congreso del Partido Comunista de Cuba. Es difícil para un docente aplicar la cantidad y variedad de resultados científicos relacionados con el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, por ello es necesario sistematizarlos e integrarlos. El resultado científico *La dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática para potenciar la integración de los contenidos*, es fruto de la actividad investigativa de los profesores de Matemática del departamento de Ciencias Exactas de la Universidad Máximo Gómez Báez. Los contenidos que se presentan constituyen un complemento y profundización sobre temas relacionados con la dirección del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática y su Didáctica, publicados en el país. Los criterios de los autores se fundamentan en el estudio de la literatura sobre Didáctica de la Matemática, la observación de la práctica y la revisión de los principales resultados científicos alcanzados en el territorio en la etapa 2003 - 2014. El resultado ha tenido aplicación en la formación inicial y permanente de los docentes de Matemática en el territorio.

**Palabras clave:** sistematización, integración, contenidos matemáticos.

**Abstract**

The introduction of scientific results is a request from the guidelines of the VI Congress of the Cuban Communist Party. Because of its size, difficult localization and time limitations, teachers free some difficulties to apply that variety of scientific results on the teaching-learning process of Mathematics as a subject. Therefore, it is necessary to systematize and integrate those scientific results within the reach to Mathematics teachers. The scientific result *The direction of the Mathematics teaching-learning process to power up the contents integration*

is a result of Mathematics teachers research work at the Department of Sciences of Máximo Gómez Báez University. The contents presented constitute a complement and throughout approach on topics related to the direction of Mathematics teaching-learning process and its didactics that have been published in our country. The criteria of different authors are based on the study of literature about Didactics of Mathematics, the observation of practice and the revision of the main scientific results obtained in the territory in the period 2003 – 2014. The result has been applied in the initial and permanent training of Mathematics teachers in the territory. These results have been published in magazines, one book and several scientific events.

**Key words:** systematization, integration, mathematical contents,

### **Introducción**

El perfeccionamiento continuo del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática (PEAM) en la provincia Ciego de Ávila, Cuba, demanda una mayor preparación de los estudiantes para la aplicación integrada del contenido estudiado a la solución de variados ejercicios y problemas. Es por ello que en este trabajo se presenta una concepción didáctica integradora y contextualizada para la dirección del PEAM dirigida a potenciar la integración sistemática de los contenidos de manera intencionada. Los criterios de los autores de fundamentan a partir del estudio de la literatura sobre Didáctica de la Matemática, la observación de la práctica y la sistematización de los resultados científicos de cuatro tesis de doctorado y más de un centenar de tesis de maestría realizadas en Ciego de Ávila en la etapa 2003 – 2013, que tienen por objeto de estudio el PEAM. El resultado científico que se presenta constituye además un perfeccionamiento, actualización y ampliación del libro electrónico *Temas de Didáctica de la Matemática*, elaborado por los autores y utilizado como bibliografía en el proceso de formación inicial y permanente de los docentes de esta especialidad en el territorio avileño desde el curso 2010 – 2011 hasta la fecha. Estos resultados han sido divulgados en revistas y en eventos científicos. La novedad consiste en que sistematiza e integra en un solo cuerpo teórico diversos resultados científicos alcanzados por los autores en su trabajo investigativo y científico metodológico durante la etapa 2003 – 2014.

El resultado científico *La dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática para potenciar la aplicación integrada del contenido* (Arnaiz, et. al., 2014), cuenta con nueve

epígrafes, desde los cuales se ofrecen ideas y sugerencias metodológicas para potenciar la integración sistemática de los contenidos de manera intencionada.

En el epígrafe 1, *La integración sistemática de los contenidos matemáticos* se fundamenta su necesidad, se caracteriza el término y se ilustra con ejemplos. En el epígrafe 2 *El proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática. Sus componentes* se ofrecen fundamentos epistemológicos y metodológicos para asumir desde los componentes de este proceso la integración sistemática de los contenidos matemáticos. En el siguiente epígrafe, *Las habilidades matemáticas generalizadas*, se define el concepto de Habilidad Matemática Generalizada y utilizando éste como concepto genérico, se definen las habilidades: calcular, evaluar, simplificar, descomponer en actores, resolver ecuaciones, relacionar gráficos con propiedades y funciones, resolver problemas y demostrar proposiciones matemáticas.

En el epígrafe 4, *La interdisciplinariedad en el PEAM* se propone un procedimiento metodológico para el tratamiento interdisciplinario del contenido matemático, que puede ser útil para lograr un trabajo sistemático en los diseños de los temas de la asignatura. En el epígrafe 5 se presenta una *Concepción metodológica para la ejercitación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática*. En el epígrafe siguiente, *La selección de métodos según la tipología de las clases y las situaciones típicas de la matemática mediante estilos de comunicación adecuados*, se precisan las relaciones adecuadas que deben existir entre los métodos y los estilos de comunicación y se revelan procedimientos para el tratamiento a las situaciones típicas de la Matemática mediante los procedimientos heurísticos y los asociados a conceptos, juicios y razonamientos.

En el epígrafe 7, *La atención a las diferencias individuales en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática*, se plantean tareas para la atención a las diferencias individuales desde una concepción integradora en el PEAM, se proponen acciones para realizar la atención a las diferencias individuales en las clases de Matemática y se precisan criterios para la atención a los estudiantes potencialmente talentosos. En el siguiente epígrafe *Los asistentes matemáticos* se revelan sus principales ventajas, las características más significativas que presentan, los tipos de asistentes matemáticos, las características del software Geogebra, los componentes didácticos del proceso de enseñanza – aprendizaje con el uso de los asistentes matemáticos y un proceder metodológico para el uso del Geogebra. En el último epígrafe *La evaluación desde una concepción integradora y estimuladora* se ofrecen sugerencias metodológicas sobre la evaluación del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática desde una concepción integradora y estimuladora.

Teniendo en cuenta que el resultado científico referido puede ser utilizado como fuente en la formación inicial y permanente de los docentes de Matemática ya que constituye un material necesario para la auto - preparación, la superación y el trabajo metodológico dirigidos a mejorar la preparación de los docentes para un desempeño más eficiente, el objetivo fundamental del presente artículo consiste en continuar socializando el referido resultado.

### **Desarrollo**

En el primer epígrafe se asume por integración sistemática del contenido a la sistematización del contenido en todos los niveles estructurales del proceso, de manera que en cada uno de ellos se haga el aporte necesario y posible al que lo incluye, en el sentido de que lo ya conocido se integre a lo nuevo para la solución de ejercicios y problemas. Esta frase se ha identificado con el aprovechamiento de las potencialidades del contenido matemático en cada clase, unidad y asignatura para propiciar la aplicación integrada del contenido en la solución de ejercicios y problemas, con el propósito, en el lenguaje del Dr. Carlos Álvarez "que se vayan produciendo saltos de calidad en la comprensión de la esencia de dichos contenidos" (Álvarez, 1988, p. 42).

En el segundo epígrafe se asume que:

El proceso de enseñanza-aprendizaje es el proceso educativo institucional que de modo más sistémico organiza y estructura la enseñanza en relación con la manera que debe ocurrir el aprendizaje, a partir de la relación esencial que se da entre los fines de la educación (objetivos) y la precisión de los contenidos y de éstos con la dinámica maestro, alumno, métodos, medios, formas, evaluación a través de los cuales es posible lograr la educación vinculada de manera directa a un determinado contenido de las ciencias concretas, expresado en planes y programas de estudio.(Pla, et.al, 2012, p.14).

Cuando la ciencia concreta es la Matemática entonces se está en presencia del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática. Además se precisan los componentes de dicho proceso: estudiante, docente, grupo (personales) y objetivos, contenidos, métodos, medios, formas, evaluación (personalizados) y se ofrecen fundamentos epistemológicos y metodológicos para asumir desde los mismos a integración sistemática de los contenidos matemáticos.

Se destaca al objetivo como la categoría del proceso que tiene el carácter más subjetivo. No obstante en el proceso se da la dialéctica entre lo subjetivo y lo objetivo, ya que una vez determinado el objetivo por el docente, le sucede la realización de tareas planteadas al

estudiante y entonces el objetivo del profesor "se convierte en acción objetiva, en actividad estudiantil, lo subjetivo adquiere un carácter objetivo, ahora en actividad, en aprendizaje", (Álvarez, 1988, p. 29).

En el caso de los contenidos de la enseñanza de la Matemática se plantea que son aquellos conocimientos (conceptos, teoremas y procedimientos), habilidades, hábitos, capacidades, experiencia transformadora (investigativa), valores, convicciones y normas de conductas que al ser asimiladas por los estudiantes, en el aprendizaje, posibilitan el cumplimiento de los objetivos planteados.

Los métodos son definidos "como el modo de realizar las acciones el profesor y los estudiantes para alcanzar los objetivos" (Álvarez, 1988, p.13). Los medios son el soporte material de los métodos, es decir, aquellos recursos materiales que facilitan las actividades del profesor y los alumnos para alcanzar los objetivos.

Los métodos para que los estudiantes alcancen los objetivos mediante la apropiación del contenido son variados y obedecen a diferentes teorías y enfoques existentes para la dirección del aprendizaje. Su conocimiento por los docentes es de carácter esencial para materializar las ideas anteriormente enunciadas (Torres, 2000). Ello les permitiría identificar la teoría, enfoque o tendencia que asumen en la dirección del PEAM de manera que su proceder esté avalado por una posición consciente y responsable a partir del desarrollo teórico de la Pedagogía y la Didáctica de la Matemática.

Otro elemento a tener en cuenta en la selección de métodos que impliquen al estudiante en su aprendizaje y que propicie un proceso óptimo y racional es el desarrollo tecnológico alcanzado y las posibilidades de su utilización en todos los centros educacionales del país (computación, video y televisión).

También se plantea que la evaluación es el componente que:

Revela el estado de los procesos de desarrollo cognitivo, valorativo y comunicativo del alumno en relación con los objetivos a lograr, que se expresa a través de un juicio. Se desarrolla como un proceso sistemático interno a través de todas las estructuras (tarea, clase, unidad, asignatura). La evaluación debe ser integradora, desarrolladora, contextualizada, democrática, formativa -al servicio de valores-, cuantitativa y cualitativa y debe constituir la base para el perfeccionamiento continuo del PEA. (Pla, et.al., 2012, p.57).

Para que la evaluación sea efectiva debe cumplir las funciones: instructiva, educativa, de diagnóstico, desarrolladora y de control, las cuales en la práctica interactúan formando una unidad dialéctica, su separación sólo responde a un interés metodológico, con el propósito de comprender mejor la esencia de cada una de ellas.

En el tercer epígrafe se tratan las habilidades matemáticas generalizadas (Arnaiz & García, 2013) las cuales son modos de actuación que permiten operar con el conocimiento y son habilidades generalizadas no sólo porque tienen salida prácticamente en todos los grados de la Enseñanza General Media, sino porque además cada una incluye varios procedimientos específicos.

Teniendo en cuenta los fundamentos asumidos por los autores se considera que las Habilidades Matemáticas Generalizadas (HMG) son aquellas cuyas acciones conforman un proceder generalizador que permite operar con diferentes conocimientos matemáticos. (Arnaiz & García, 2014)

Ellas se refieren no sólo a la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones de carácter algorítmico inherentes a una determinada actividad matemática (calcular, evaluar, simplificar, resolver ecuaciones, descomponer en factores y relacionar gráficos y propiedades de funciones), estas habilidades incluyen además la preparación de los estudiantes para aplicar sistemas de acciones de carácter heurístico para la resolución de problemas y las demostraciones de proposiciones matemáticas.

La definición de HMG, el creciente nivel de sistematicidad de la resolución de problemas y de las demostraciones en el PEAM en la escuela cubana, constituyen fundamentos para asumir la resolución de problemas matemáticos y la demostración de proposiciones matemáticas como HMG.

Teniendo en cuenta los referentes teóricos anteriores, el tratamiento de las Sucesiones de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), el contenido del Programa Heurístico General (PHG) para el trabajo con contenidos matemáticos que requieren el empleo de procedimientos heurísticos, las etapas sugeridas por George Polya que distinguen el proceso de resolución de problemas reveladas en Ballester, (1992) y la experiencia práctica de un grupo significativo de profesores de Matemática se definen las habilidades: calcular, evaluar, simplificar, resolver ecuaciones, descomponer en factores y relacionar gráficos y propiedades de funciones, resolver problemas matemáticos y demostrar proposiciones matemáticas como HMG y se determinan las acciones y operaciones correspondientes. Ello constituye una base orientadora

para el accionar de docentes y estudiantes en el PEAM, y una contribución a la teoría de la Didáctica de la Matemática.

En el cuarto epígrafe se trata la interdisciplinariedad en el PEAM y se plantea que:

Es un acto de cultura y no una simple relación entre contenidos, sino que su esencia radica en su carácter educativo, formativo y transformador en la convicción y actitudes de los sujetos. Se agrega además que es una manera de pensar y de actuar para resolver los problemas complejos y cambiantes de la realidad, con una visión integrada del mundo, en un proceso basado en relaciones interpersonales de cooperación y de respeto mutuos, es decir, es un modo de actuación y una alternativa para facilitar la integración del contenido, para optimizar el proceso de planificación y dar tratamiento a lo formativo. (Fiallo, 2003, p. 9).

A partir de los aspectos teóricos planteados por diferentes estudiosos del tema, se propone un procedimiento que consiste en acciones específicas que concretan en la actividad pedagógica las relaciones interdisciplinarias, y puede ser útil para lograr un trabajo sistemático pues exige del diseño de cada uno de los temas teniendo en cuenta su relación con otros temas de la Matemática y otras asignaturas que son objetos de estudio por los estudiantes, el mismo consiste en:

1. Establecer las líneas directrices.
2. Determinar los nodos interdisciplinarios.
3. Diseñar un sistema de tareas docentes teniendo en cuenta las diferentes vías que propician las relaciones interdisciplinarias.
4. Validar el sistema de tareas docentes propuesto, para lograr su perfeccionamiento.

En el diseño de tareas docentes las situaciones de aprendizaje que se proponen a los alumnos deben motivar su aprendizaje, a partir de diferentes actividades, la Dra. Marta Álvarez es del criterio que:

Estas actividades deben ser expresadas en tareas concretas y caracterizarse por: su carácter realista, su naturaleza compleja, su carácter abierto, la exigencia de trabajar colectivamente, la necesidad de utilizar múltiples fuentes cualitativamente diferentes de áreas distintas, la obligación de emplear y desarrollar procedimientos y recursos complejos y diversos. (Álvarez, 2001, p. 4).

Un procedimiento para diseñar las tareas interdisciplinarias en las clases de Matemática sería:

1. Adecuar el objetivo explicitando su carácter interdisciplinario partiendo del diagnóstico de los estudiantes sobre la adquisición de conocimientos interdisciplinarios.
2. Determinar cuál o cuales contenidos integrar (conocimientos, habilidades y valores) a partir de la determinación de los nodos interdisciplinarios, procedimiento definido por el colectivo de disciplina en reunión metodológica.
3. Crear situaciones de aprendizaje (ejercicios y problemas) que posibiliten el logro de los objetivos desde la óptica de varias disciplinas, a partir de los nodos determinados.
4. Seleccionar los métodos, medios, formas organizativas y de evaluación que propicien las relaciones interdisciplinarias.
5. Aplicar los ejercicios y problemas diseñados en las clases para ser validados y perfeccionados.

Para diagnosticar a los estudiantes sobre la adquisición de conocimientos interdisciplinarios se deben utilizar los indicadores que expresan un nuevo conocimiento adquirido por los alumnos de forma interdisciplinar, estos se relacionan a continuación y han sido definidos por Marta Álvarez en cuanto a:

Cantidad y complejidad de interrogantes planteadas y resueltas, el número y calidad de los procedimientos y productos desarrollados, la motivación y nivel de pertenencia alcanzado por los alumnos con la tarea, la eficacia en la discusión, definición, distribución y valoración colectiva de las tareas, la cantidad y calidad de fuentes consultadas de áreas diversas” (Álvarez, 1997, p. 4)

En el quinto epígrafe se aborda la ejercitación en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática. Se proponen ideas y requerimientos metodológicos a tener en cuenta en la dirección del proceso de ejercitación en la formación universitaria de los profesionales de la educación en la especialidad de Matemática.

Ideas principales para la ejercitación:

- El profesor, los estudiantes y las categorías enseñanza y aprendizaje como centro de este proceso.
- El enfoque profesional, debe lograr que los profesores en formación puedan identificar el proceder metodológico que sustenta la ejercitación que con ellos se realiza de manera que desde el aprendizaje del contenido de la asignatura aprendan una concepción metodológica integradora y contextualizada para la dirección de la ejercitación con sus estudiantes.



- Ambiente cognitivo - afectivo en todo el proceso de ejercitación.
- La integración y la interdisciplinariedad como atributos del contenido de enseñanza.
- La atención a las diferencias individuales y su conjugación con el trabajo individual y grupal a partir de las características de los estudiantes.
- Vinculación del contenido matemático con la vida.

*Requerimientos metodológicos para la ejercitación:*

1. Dosificar el contenido de manera que se conciba tiempo suficiente dentro del sistema que se trate (clase, tema, asignatura) para ejercitar su aplicación integrada, interdisciplinaria y contextualizada a la solución de ejercicios y problemas.

2. Motivar y orientar hacia el objetivo. Uso de un material interesante y variado. Selección del contenido de manera que se garantice su vinculación con la vida y con la realidad económica, política y social del entorno, existiendo una lógica y coherente relación entre lo instructivo, lo desarrollador y lo educativo y potenciando la integración entre los componentes académicos, laboral, investigativo y extensionista.

3. Seleccionar los ejercicios teniendo en cuenta:

- Propiciar, siempre que sea posible, la integración de las tres áreas de la Matemática (Aritmética, Álgebra y Geometría) y de éstas con otras disciplinas.
- Intercambiar los elementos de un ejercicio: lo dado, la vía de solución y lo buscado.
- Plantear ejercicios con solución única, sin solución, con datos insuficientes o superfluos.
- Ejercicios con varias vías de solución

4. Integrar las habilidades generalizadas y las de estimación, esbozo de figuras y procesamiento de datos, teniendo en cuenta la sistematización de contenidos precedentes.

5. Seleccionar el contenido de los ejercicios de manera que se garantice la atención diferenciada de los alumnos para que todos puedan estar en posición de éxito, según sus características, implementando formas de trabajo individuales y grupales. Graduar las dificultades desde ejercicios muy sencillos hasta llegar al nivel deseado, atendiendo a problemas de complejidad, y actualidad de acuerdo con el desarrollo correspondiente de los

alumnos. Potenciar el desarrollo de habilidades matemáticas para participar en concursos y olimpiadas.

6. Elevar gradualmente el nivel de complejidad de los ejercicios teniendo en cuenta que se propicie de manera sistemática la aplicación integrada, interdisciplinaria y contextualizada del contenido. Incluir preguntas o incisos de preguntas, que con un mayor grado de complejidad estimulen el estudio individual y colectivo de los alumnos.

7. Orientar a los alumnos hacia la búsqueda de regularidades o propiedades de una serie de ejercicios, al planteamiento de ejercicios, al reconocimiento de las causas de sus errores así como de lo logrado, lo que falta por lograr y cómo hacer para lograr lo que falta, (reflexiones metacognitivas).

8. Enfrentar a los alumnos a la realización de reflexiones valorativas sobre la aplicación de los requerimientos anteriores en el proceso de ejercitación de la asignatura.

En el sexto epígrafe se trata la selección de métodos según la tipología de las clases y las situaciones típicas de la matemática mediante estilos de comunicación adecuados. Se precisan las relaciones adecuadas que deben existir entre los métodos y los estilos de comunicación para elevar los resultados del aprendizaje. Se declaran diferentes estilos en las relaciones profesor - estudiante, como son el democrático, el autoritario, el permisivo, el centrado en la tarea y el centrado en las relaciones. (Ledo, 2013).

El estilo de comunicación democrático se caracteriza por una participación activa de los estudiantes en la toma de decisiones. El estilo autoritario se basa en la autoridad del profesor como figura única en la toma de decisiones. El estilo permisivo, o de "dejar hacer" se manifiesta cuando el profesor, deja hacer lo que quiere al estudiante, es un caso extremo y desordenado de no imposición, que implica la pérdida de su autoridad y del control del proceso. En el estilo centrado en la tarea el docente prioriza hasta tal punto el cumplimiento de su tarea, que descuida, o incluso, afecta las relaciones entre las personas que en ella participan. Por otra parte, el estilo centrado en las relaciones implica el priorizar estas en detrimento de la tarea a realizar.

Los fundamentos teóricos sobre los estilos de comunicación, los métodos de enseñanza en el PEAM; además de los fundamentos metodológicos del PEAM permitieron determinar relaciones entre los métodos de enseñanza y los estilos de comunicación en el PEAM (Ledo, 2013). En el trabajo se ofrecen las características de cada una de estas relaciones:

1. Relación entre la estructuración del método de enseñanza y el método de aprendizaje con el componente interactivo de la comunicación.
2. Relación entre las funciones de la comunicación y el aspecto lógico - psicológico del método.
3. Relación entre el estilo de comunicación y el aspecto externo del método.
4. Relación entre los estilos de la comunicación y el aspecto interno del método.
5. Relación entre los estilos de la comunicación y el aspecto instructivo - educativo del método.
6. Relación entre los estilos de la comunicación y el aspecto objetivo - subjetivo del método.

Se considera que el método contribuye a elevar la calidad del PEAM si se utiliza mediante un estilo de comunicación que propicie que los estudiantes realicen un esfuerzo intelectual que demande reflexionar, elaborar conjeturas, establecer nexos, relaciones, llegar a rasgos de esencia y a conclusiones con un adecuado desarrollo del pensamiento lógico, y facilite la expresión de ideas, sentimientos, valoraciones, opiniones y criterios de todos, en un clima comunicativo de aceptación y empatía teniendo en cuenta las necesidades, intereses y motivos de los estudiantes, para que realicen con independencia y conscientemente las tareas docentes y descubran por sí mismos relaciones, procedimientos, formulen proposiciones y determinados problemas matemáticos como fundamentar, definir y explicar relaciones, entre otras.

Consecuentemente con estos fundamentos se revelan procedimientos para el tratamiento a las situaciones típicas de la Matemática mediante los procedimientos heurísticos y los asociados a conceptos, juicios y razonamientos.

En el séptimo epígrafe sobre la atención a las diferencias individuales en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática se plantean fundamentos sobre su necesidad. De manera particular se declara que actualmente se enfatiza y se ha convertido en un principio pedagógico, el reconocimiento de que todos los estudiantes pueden aprender y desarrollarse aunque cada uno de ellos es distinto, tiene su propio ritmo de aprendizaje, sus capacidades y necesidades propias y específicas, por lo que arriba a la escuela con una preparación desigual y aprende de manera diferente. Pretender dar igual tratamiento a niños con capacidad y niveles de desarrollo muy distintos sería profundamente injusto y discriminatorio.

Corresponde al docente una tarea de alto nivel de complejidad, estimular al máximo las potencialidades de todos sus educandos y brindar una atención diferenciada a la diversidad de escolares con necesidades educativas especiales. Concebir el proceso de enseñanza - aprendizaje donde tengan participación todos los educandos y se estimule al máximo todas sus potencialidades, incluyendo los talentosos, es un desafío para los docentes.

Para resolver la problemática anterior se plantean tareas para la atención a las diferencias individuales desde una concepción integradora en el PEAM, se proponen acciones para realizar la atención a las diferencias individuales en las clases de Matemática y se precisan criterios para la atención a los estudiantes potencialmente talentosos en Matemática en la diversidad escolar.

En el epígrafe 8 se declara que el desarrollo de las aplicaciones informáticas aplicadas a la matemática han revitalizado el proceso de enseñanza - aprendizaje de la misma, las posibilidades de dinamismo a través de la interacción de los estudiantes con los ordenadores han hecho más atractiva la matemática y cambiado las estrategias educativas por parte de los docentes a la hora de impartir un contenido generando enfoques en los cuales el estudiante puede descubrir los conocimientos a partir de la experimentación. Estas aplicaciones informáticas se conocen como asistentes matemáticos. Su utilización permite la solución de problemas matemáticos a partir de las premisas o datos iniciales del problema, mediante la realización de cambios dinámicos de estos. A partir del principio heurístico de movilidad se pueden establecer relaciones entre elementos tanto de figuras geométricas, como entre parámetros de ecuaciones y a través de estas relaciones realizar la búsqueda de teoremas, fórmulas, propiedades, etc.

Pueden enumerarse las siguientes ventajas del uso de los asistentes matemáticos en el PEAM: permiten la experimentación de las Matemáticas, facilitan la integración de las diversas imágenes conceptuales a través de sus capacidades gráficas; al utilizar el estudiante menos tiempo en la realización de cálculos rutinarios este tiene un espacio mayor de tiempo para el análisis y reflexión de los resultados obtenidos, facilitan el tratamiento de problemas que requieren la modelación, facilitan una mayor agilidad en la resolución de problemas por parte del estudiante a través de una experimentación rápida y segura, permiten autonomía por parte del estudiante en su aprendizaje en función de sus características individuales, posibilitan la creación de contextos de trabajo colectivo donde se desarrollarían valores como el humanismo, la solidaridad y el colectivismo, generando un proceso de aprendizaje cooperativo o colaborativo, a través de la experimentación favorecen la investigación y el

descubrimiento de los contenidos matemáticos, por su carácter dinámico e interactivo pueden elevar el nivel de motivación de los estudiantes por la Matemática.

También se revelan las características más significativas, los tipos de asistentes matemáticos, las características del software Geogebra y un proceder metodológico para su uso.

En el último epígrafe sobre la evaluación desde una concepción integradora y estimuladora se sugieren requisitos generales a tener en cuenta para el diseño de la evaluación del aprendizaje de la Matemática desde una concepción integradora y estimuladora, los cuales se enuncian en forma interrogativa para facilitar la autorreflexión de los docentes en esta dirección y que los mismos constituyan una base orientadora para el accionar correspondiente; a continuación se reproducen textualmente los requisitos contenidos en Rivera & Arnaiz, (2011):

1. ¿Se evalúan los conocimientos y habilidades básicas?, es decir, ¿Se evalúa el nivel mínimo de profundidad de los objetivos?
2. ¿La puntuación asignada a las preguntas e incisos de preguntas que evalúan los conocimientos y habilidades básicas posibilitan que el alumno alcance una nota próxima a la requerida para el aprobado?
3. ¿Se incluyen preguntas e incisos de preguntas que con mayor exigencia estimulan el estudio de los alumnos y los motiva a ampliar de forma sistemática el dominio del contenido, sin que un fracaso en ellas repercuta “demasiado” en la nota del tipo de evaluación que se traten?
4. ¿Se exige la aplicación integrada tanto del nuevo contenido como del precedente?
  - a) ¿Se tiene en cuenta la integración de las áreas de la Matemática (Aritmética, Álgebra y Geometría) y de éstas con otras disciplinas?
  - b) ¿Se tiene en cuenta la aplicación integrada de las habilidades matemáticas generalizadas y las de estimación, esbozo de figuras y procesamiento de información?
5. ¿Los aspectos educativos orden y limpieza tienen algún valor en la clave?
6. ¿La propia estructura de la evaluación y el conocimiento por el alumno de su clave de calificación propicia la coevaluación y la autoevaluación?

El resultado científico *La dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática para potenciar la aplicación integrada del contenido* (Arnaiz, et. al., 2014), que se ha estado comentando, fue implementado durante los cursos 2010 – 2011, 2011 – 2012, 2012 – 2013 y

2014 - 2015 en la impartición de la disciplina Didáctica de la Matemática con resultados favorables en el aprendizaje de su contenido por los docentes en formación; se considera que ha repercutido favorablemente en su desempeño profesional. También fue implementado en un diplomado a profesores de Matemática y un curso a jefes de departamento de Ciencias Exactas de preuniversitarios con elevado nivel de satisfacción y aprendizaje por parte de los cursistas. Ha sido utilizado como fuente de consulta por más de una decena de docentes en su proceso de formación académica como másteres o doctores.

### **Conclusiones**

La sistematización e integración realizada sobre de los resultados científicos obtenidos por docentes de la especialidad de Matemática de la provincia Ciego de Ávila para su utilización como fuente bibliográfica complementaria se convierte en una valiosa orientación para el trabajo de docentes y estudiantes en el PEAM.

En el resultado científico referido se ofrecen fundamentos didácticos del PEAM que constituyen un complemento al contenido ofrecido en los textos sobre Didáctica de la Matemática existentes en el país.

La implementación del resultado contribuyó al perfeccionamiento del aprendizaje del contenido de la Didáctica de la Matemática en el pregrado y el postgrado repercutiendo favorablemente en el desempeño profesional de los docentes.

### **Referencias bibliográficas**

- Álvarez de Zayas, C. (1988). *Fundamentos teóricos para la dirección del proceso de formación del profesional de perfil amplio*. Santa Clara: Editorial Universidad Central de Las Villas.
- Álvarez Pérez, M. (2001). *La interdisciplinariedad en la enseñanza - aprendizaje de las ciencias exactas en la escuela media*. En Resúmenes del Congreso Pedagogía 2001. La Habana, Cuba.
- Álvarez Pérez, M. (1997). *La enseñanza y el aprendizaje de la Matemática a favor de la interdisciplinariedad*. La Habana: Ministerio de Educación.
- Arnaiz Barrios, I. [et al.] (2014). *La dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática para potenciar la integración de los contenidos*. Informe de resultados de investigación del año 2014. **Material inédito**.

- Arnaiz Barrios, I. [et al.]. (2013). *Temas de Didáctica de la Matemática*. Ciego de Ávila: Universidad de Ciencias Pedagógicas Manuel Ascunce Domenech.
- Arnaiz Barrios I. (2003). *Modelo de actuación de los docentes para favorecer la aplicación integrada del contenido desde el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciego de Ávila. Cuba.
- Arnaiz, I. & García, J. A. (2013). Las habilidades matemáticas generalizadas en la escuela cubana. En *Educación y Sociedad*. 11 (1). Consultado en: <http://10.18.1.180/edusoc/index.php/>
- Arnaiz, I. & García, J. A. (2014). El desarrollo de habilidades matemáticas generalizadas. Las habilidades “resolver problemas matemáticos” y “demostrar proposiciones matemáticas”. En *Educación y Sociedad*. 12 (4) Consultado en: <http://10.18.1.180/edusoc/index.php/>
- Ballester Pedroso, S. [et al.] (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Fiallo Rodríguez, J. (2003). La interdisciplinariedad como principio básico para el desempeño profesional en las condiciones actuales de la escuela cubana. *III Seminario Nacional para educadores*. MINED 2003
- Ledo Miralles, O. (2013). El protagonismo estudiantil en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la secundaria básica. Ciego de Ávila. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. UCP” Manuel Ascunce Domenech”.
- PCC. (2011). Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución. VI Congreso del Partido Comunista de Cuba.
- Pla López, R. [et al.] (2012). *Una concepción de la Pedagogía como ciencia*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rivera & Arnaiz, (2011). La evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática desde una concepción integradora estimuladora. En *Educación y Sociedad*, 11 (1). Consultado en: <http://10.18.1.180/edusoc/index.php/>
- Torres Fernández P. (2000). *La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos*. La Habana: ISP Enrique José Varona.