

Claves y normas de calificación en la asignatura Matemática

Keys and qualification norms in the Mathematics subject

Ibrahim Arnaiz-Barrios

✉ ibrahim@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0002-4394-6504>

Juan Antonio Martín-Alfonso

✉ jmartin@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0003-3146-699X>

José Antonio García-Rodríguez

✉ joseagr@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0002-2497-0015>

Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba.

Resumen

Durante la implementación del resultado científico Concepción didáctica para aplicar integralmente las habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas, se identificó la necesidad de perfeccionar la calificación como parte de la exigencia didáctica referida a la evaluación. A partir del análisis de bibliografía relacionada con el tema y la revisión documental (exámenes, claves y normas de calificación), se constató que son limitados los trabajos relacionados con el desempeño de los docentes de Matemática para calificar los exámenes. El artículo tiene por objetivo socializar recomendaciones para la confección de claves y normas de calificación en la asignatura Matemática. Se fundamenta pedagógicamente una propuesta sustentada en las experiencias de los autores y de otros docentes e investigadores, para la elaboración de normas y claves de calificación y se muestran ejemplos de la forma de proceder en la calificación de la asignatura Matemática en la Educación Superior.

Palabras clave: evaluación, evaluación del estudiante, normas de examen

Abstract:

During the implementation of the scientific result "Didactic conception to apply mathematical skills in the solution of exercises and problems in an integrated way", the need to improve the

qualification as part of the didactic requirement referred to the evaluation was identified. From the analysis of the bibliography related to the subject and the documentary review (exams, keys and qualification norms), it was verified that the works related to the performance of Mathematics teachers to qualify the exams are limited. The article aims to socialize recommendations for the preparation of keys and qualification standards in the Mathematics subject. A proposal based on the experiences of the authors and other teachers and researchers is pedagogically based, for the elaboration of norms and qualification keys and examples of the way to proceed in the qualification of the Mathematics subject in Higher Education are shown.

Keywords: assessment, exam standards, student assessment

Introducción

En el proceso de implementación del resultado científico “Concepción didáctica para aplicar integradamente las habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas” (Arnaiz et al., 2020), del proyecto de investigación *La integración de las habilidades matemáticas en la provincia de Ciego de Ávila*, se identificó la necesidad de perfeccionar la calificación como parte de la exigencia didáctica referida a la evaluación. A partir del análisis de bibliografía relacionada con el tema, las experiencias de los autores y de otros docentes e investigadores, revisión de exámenes y de claves y normas de calificación, se constató que son limitados los trabajos relacionados con el desempeño de los docentes de Matemática para calificar los exámenes.

La evaluación y la calificación tienen relación, pero no son lo mismo. Mientras la evaluación se refiere a las evidencias de los resultados en la enseñanza y el aprendizaje, en correspondencia con los objetivos propuestos, la calificación es la representación de estos resultados mediante un número, símbolo o categoría de significado común.

En las búsquedas realizadas se observa que son escasos los trabajos relacionados con el desempeño de los docentes de Matemática para calificar los exámenes y resolver la problemática relacionada con la necesidad de garantizar mayor objetividad en este proceso (Gairín, et al., 2012; Mengual, et al., 2019).

Consecuentemente con la problemática anteriormente declarada en el reglamento organizativo del proceso docente y de dirección del trabajo docente y metodológico para las carreras universitarias en Cuba se expresa en el artículo 325.2 que:

Es responsabilidad del decano de la facultad o del jefe del departamento-carrera, según corresponda, garantizar que los colectivos de asignaturas elaboren indicadores que ayuden a emitir la calificación alcanzada por el estudiante en la asignatura, a partir de la valoración de la información obtenida por la aplicación del tipo de evaluación utilizada. De esta manera, se puede lograr que las calificaciones emitidas sean más uniformes y objetivas. (Ministerio de Educación Superior, MES, 2022, p. 84)

Se considera como población siete profesores de experiencia del departamento de matemática de la Universidad de Ciego de Ávila. Para el desarrollo de la investigación se utilizaron los métodos de investigación histórico-lógico, analítico-sintético y el análisis documental. Para la implementación en la práctica educativa de las recomendaciones ofrecidas se utilizaron talleres metodológicos a nivel de carreras y disciplina.

Teniendo en cuenta lo anteriormente expresado, el presente artículo tiene por objetivo socializar recomendaciones para la confección de claves y normas de calificación en la asignatura Matemática con el propósito de mejorar la objetividad en este proceso. Para ello se tuvieron en cuenta las experiencias de los autores, así como puntos de vistas de otros investigadores en el tema.

Desarrollo

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es un sistema y sus componentes son: personales (el docente, el estudiante y el grupo) y personalizados (los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas y la evaluación).

La evaluación es el componente personalizado del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática (PEAM) que revela el estado de los procesos de desarrollo cognitivo, valorativo y comunicativo del estudiante en relación con los objetivos a lograr, que se expresa a través de un juicio (calificación), que tiene la intensión de la mejora.

En relación con el diseño y aplicación de evaluaciones integradoras, de carácter parcial o final, se deben tener en cuenta las siguientes interrogantes (Arnaiz et al., 2020. p. 12):

¿Se evalúan los conocimientos y habilidades básicas de acuerdo con los objetivos?

¿La puntuación asignada a los aspectos que evalúan los conocimientos y habilidades básicas posibilita que el estudiante alcance una calificación próxima a la requerida para el aprobado?

¿Se evalúan aspectos que corresponden a un mayor nivel de exigencia, sin que un fracaso en ellos repercuta “demasiado” en la calificación del tipo de evaluación que se trate?

¿Se exige la aplicación integrada del contenido (tanto del nuevo como del precedente)?

¿Se tiene en cuenta la integración de los conocimientos de una misma área y distintas áreas matemáticas?

¿Se tiene en cuenta la aplicación integrada de las habilidades y capacidades cognitivas?

¿Los aspectos educativos y los referentes al dominio de la lengua materna se consideran en la clave? ¿Se prevé algún tipo de descuento?

¿La propia estructura de la evaluación, su clave y norma de calificación (que deben ser conocidas por el estudiante) propician la coevaluación y la autoevaluación?

Se asume que: “Calificar es evaluar contra una medida que sirve de patrón. La calificación se debe desarrollar al comparar el resultado contra lo que se declaraba en los objetivos” (Rojas, et al., 2016. p. 20)

En el artículo 324.1 del reglamento organizativo del proceso docente y de dirección del trabajo docente y metodológico para las carreras universitarias en Cuba se expresa que “los resultados de las distintas formas de evaluación del aprendizaje de los estudiantes se calificarán empleando las categorías y símbolos siguientes: Excelente (5), Bien (4), Regular (3) y Mal (2)” (MES, 2022, p. 84).

Y más adelante en el artículo 325.1 de la referida resolución se precisa que:

Las calificaciones de Excelente (5); Bien (4) y Regular (3) expresan diferentes grados de dominio de los objetivos que tienen los estudiantes y, en consecuencia, resulta aprobado en esa evaluación. La calificación de Mal (2) expresa que el estudiante no domina los objetivos al nivel requerido. (MES, 2022, p. 84)

En la Escuela Media de la República Democrática Alemana (RDA) en la década de 1970 – 1980, fue válido el siguiente reglamento (Herman, 1979): Se otorga la categoría No. 1 si la puntuación se encuentra entre 96 % - 100 % y se considera excelente; la categoría No. 2 si la puntuación se encuentra entre 80 % - 95 % y se considera Muy Bien; la categoría No. 3 si la puntuación se encuentra entre 60 % - 79 % y se considera Bien; la categoría No. 4 si la puntuación se encuentra entre 37 % - 59 % y se considera Suficiente y la categoría No. 5 si la puntuación se encuentra entre 0 – 36 % y se considera Insuficiente.

El otorgamiento de cada una de estas notas debe estar basado en ciertos criterios, los cuales han de tenerse en cuenta al confeccionar el control correspondiente, según (Herman,1979) ellos establecían que:

1. El estudiante cumple sobresalientemente las exigencias del programa: Sus conocimientos son sólido y amplios. Puede pensar independiente y críticamente. Puede ofrecer independiente, sistemática, completa y correctamente sus conocimientos e ideas. Él aplica consciente y creativamente sus capacidades y habilidades,
2. El estudiante cumple las exigencias del programa sin dificultades: Sus conocimientos son sólidos y amplios. Puede pensar independientemente. Puede ofrecer independiente, sistemática y en gran parte correctamente sus conocimientos y sus ideas. Él aplica conscientemente sus conocimientos, capacidades y habilidades.
3. El estudiante cumple en lo esencial las exigencias del programa: Sus conocimientos son deficientes en detalles sin que se pierdan las relaciones principales. Puede pensar independientemente, pero él no siempre hace pasos convenientes y lógicos. Él aplica correctamente en lo esencial sus conocimientos y habilidades.
4. El estudiante cumple sólo las exigencias elementales del programa: Sus conocimientos

son deficientes lo cual provoca que las relaciones principales se encuentran en peligro, pero todavía no se han perdido. Él puede ofrecer sus conocimientos y sus ideas sólo con ayuda. Aplica, en parte, sus conocimientos y habilidades.

5. El estudiante no cumple las exigencias del programa: Sus conocimientos son tan deficientes y superficiales que se pierden las relaciones. Él no puede pensar en las relaciones y tampoco aplicar sus escasos conocimientos y sus limitadas habilidades.

A partir de las ideas anteriores, las categorías evaluativas definidas para las universidades en Cuba y teniendo en cuenta las experiencias prácticas de los autores se recomienda la siguiente correspondencia entre los valores cuantitativos y las categorías evaluativas: Entre 95 % - 100 % (5 puntos); 80 % - 94 % (4 puntos); 60 % - 79 % (3 puntos) y 0 - 59 % (2 puntos)

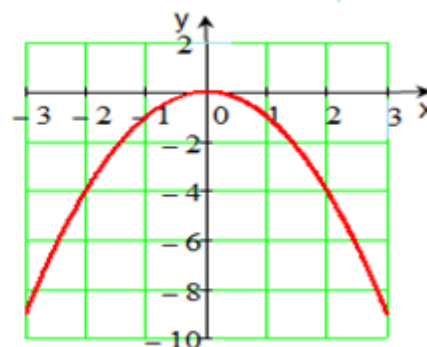
Esta propuesta debe basarse en los siguientes criterios evaluativos para sólo cuatro categorías evaluativas:

5. El estudiante cumple sobresalientemente las exigencias del programa: Sus conocimientos son sólidos y amplios. Puede pensar independiente y críticamente. Puede ofrecer independiente, sistemática, completa y correctamente sus conocimientos e ideas. Él aplica consciente y creativamente sus conocimientos y habilidades.
4. El estudiante cumple las exigencias del programa sin dificultades: Sus conocimientos son sólidos y amplios. Puede pensar independientemente. Puede ofrecer independiente, sistemática y en gran parte correctamente sus conocimientos y sus ideas. Él aplica conscientemente sus conocimientos y habilidades.
3. El estudiante cumple en lo esencial las exigencias del programa: Sus conocimientos son deficientes en detalles sin que se pierdan las relaciones principales. Puede pensar independientemente, pero él no siempre hace pasos convenientes y lógicos. Él aplica correctamente en lo esencial sus conocimientos y habilidades.
2. El estudiante no cumple las exigencias del programa: Sus conocimientos son tan deficientes y superficiales que se pierden las relaciones. Él no puede pensar en las relaciones y tampoco aplicar sus escasos conocimientos y sus limitadas habilidades.

El ejemplo siguiente ilustra de manera concreta la forma en que los alemanes confeccionaban las claves y normas de calificación en la etapa referida con anterioridad (Herman, 1979).

Ejemplo 1. Cuestionario para un trabajo de control parcial en el tema funciones y ecuaciones cuadráticas de la asignatura Matemática noveno grado.

1. Sean: (I) $y = (x - 2)^2 - 1$ y (II) $y = x^2 - 6x + 5$
 - a. Dibuja los gráficos de ambas funciones.
 - b. Calcula los ceros de las funciones.
 - c. Indica la imagen para (I).
 - d. Indica para (II) el intervalo en el que la función es monótona creciente.
2. La figura muestra dos parábolas normales, indica las ecuaciones de las funciones correspondientes.



3. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.
 - a) $x^2 - 6,25 = 0$
 - b) $x^2 - 6,25x = 0$
 - c) $3z^2 + 5z - 2 = 0$
4. Sea M el conjunto de todas las funciones cuadráticas con una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Determina si las siguientes funciones pertenecen a M. Fundamenta tu afirmación.
 - a) $y = x^2$
 - b) $y = 3x^2 - 7$
 - c) $y = 5x + 16$
 - d) $y = -8x^2 - 6x$
 - e) $y = x^3 - 6x^2 + 9$
5. Sustituye en la ecuación $y = x^2 + 8x + q$ el término q por un número real, de manera que la función que obtengas tenga exactamente un cero.
6. El producto de dos números naturales consecutivos es 812. Determina estos números.

En la preparación se debe tener en cuenta que los conocimientos y las habilidades básicas puedan evaluarse suficientemente y que su dominio obtenga en el marco del trabajo una evaluación correspondientemente alta. En el ejemplo tienen los ejercicios 1a, 1b, 3a, 3b y también en parte los ejercicios 2 y 4 solamente exigencias básicas, las cuales deben cumplir todos los alumnos. Se considera necesario incluir en los trabajos de control parcial y en los exámenes finales, preguntas e incisos de preguntas con un peso de hasta el 15 %, que, con mayor exigencia, estimulen el estudio de los alumnos y los motiven a aplicar en forma sistemática sus conocimientos.

Los especialistas de la RDA en la década de 1970 al 1980 consideraban muy oportuno evaluar el rendimiento de los estudiantes mediante puntos. Ellos opinaban que no se debía determinar la cantidad de puntos correspondientes solamente por el grado de dificultades o por la cantidad de pasos parciales, pues era necesario además prestar atención a aspectos educativos y pedagógicos de tal forma que se exigieran y evaluaran, primeramente, los objetivos fundamentales y básicos a todos los estudiantes.

Para el trabajo de control referido se pueden distribuir un total de 40 puntos de la forma siguiente: Por la limpieza y orden en el trabajo un punto. El ejercicio 1 tiene un valor de 12 puntos, de ellos 4 por graficar las funciones (2 por cada función), 6 puntos por calcular los ceros (3 por cada caso); los dos puntos restantes se asignan uno a la determinación de la imagen y el otro a indicar el intervalo de monotonía creciente en la segunda función. En el ejercicio 2 se le asignan 2 puntos por el gráfico de cada función para un total de 4 puntos.

Al ejercicio 3 se le asignan 10 puntos donde la solución y prueba de las dos primeras ecuaciones vale 3 puntos cada una y en el caso de la tercera se asigna 4 puntos distribuidos en uno por escribir la ecuación en la forma normal, uno por plantear y sustituir en la fórmula de sustitución, un punto por calcular y dar la solución y el último punto por comprobar. Al ejercicio 4 se le asignan 5 puntos, donde cada decisión y fundamentación vale un punto. El ejercicio 5 tiene el valor de un punto

Finalmente, el ejercicio 6 tiene un valor de 7 puntos de los cuales uno es por plantear la ecuación, uno por escribir la ecuación resultante en la forma normal de la ecuación cuadrática, dos por sustituir en la fórmula de solución, otros dos por calcular las soluciones y el último

punto de los 7 se le asigna a eliminar la solución negativa y dar respuesta al problema.

Para la calificación del trabajo de control, se propone la siguiente norma de calificación según las categorías evaluativas que estaban vigentes en la RDA en aquel entonces: (Herman, 1979). Se otorga la calificación 1 si la puntuación se encuentra entre 38-40 y se considera excelente; la calificación 2 si la puntuación se encuentra entre 32-37 y se considera Muy Bien; la calificación 3 si la puntuación se encuentra entre 24-31 y se considera Bien; la calificación 4 si la puntuación se encuentra entre 15-23 y se considera Suficiente y la calificación 5 si la puntuación se encuentra entre 0-14 y se considera Insuficiente.

La consideración de los aspectos pedagógicos se muestra en el ejercicio 3 donde se asignan al inciso c solamente 4 puntos, siendo éste más trabajoso y complicado que los otros dos incisos. Por la misma razón se evalúan partes difíciles o que como enseña la experiencia, se solucionan incompletamente como los ejercicios 1c, 1d y 5, solamente con un punto cada uno. Así un fracaso en esta parte no influye significativamente en la calificación.

Con más o menos 10 puntos para el ejercicio 1; 1 punto para el ejercicio 2; 4 puntos para los ejercicios 3a y 3b y 2 puntos en el ejercicio 6 se repartió la mitad de los puntos, lo cual es suficiente para aprobar.

El siguiente ejemplo pretende ilustrar la forma de proceder en la calificación de la asignatura Matemática en la Educación Superior, teniendo en cuenta que, en ocasiones, los tipos de preguntas tienen características diferentes a las presentadas con anterioridad. Aún no se ha aclarado cómo confeccionar la clave cuando se exige una definición o una demostración.

Ejemplo 2. Examen final escrito de la asignatura Análisis Matemático I de la especialidad de Educación Matemática del primer año del curso por encuentros.

Objetivos: (en cursiva, los objetivos que se consideran básicos). Comprobar si los estudiantes:

1. *Pueden definir los conceptos sucesión nula (real) y límite funcional en espacios métricos.*
2. *Saber analizar la monotonía y acotamiento de una sucesión.*
3. *Pueden demostrar que una que una sucesión converge a un número dado.*
4. *Son capaces de aplicar los criterios: Necesario; De Leibniz y Del cociente para analizar la naturaleza de una serie dada.*

5. Son capaces de demostrar que la diferencia de dos funciones continuas es una función continua.
6. *Son capaces de demostrar que el producto de dos funciones impares es una función par.*
7. Son capaces de crear una demostración sobre propiedades especiales de las sucesiones.
8. Pueden buscar un contraejemplo para negar el cumplimiento del recíproco de un teorema.

Cuestionario. (En cursiva las preguntas que comprueban los objetivos básicos)

1. Defina
 - a. *Sucesión nula.*
 - b. Límite funcional en un espacio métrico.
2. Dada la sucesión $(a_n) = \left(\frac{2n-1}{n}\right)$
 - a. *Analice su monotonía.*
 - b. Determine una cota inferior.
 - c. *Pruebe que (a_n) converge a 2.*
3. Analice la naturaleza de las siguientes series:
 - a. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1}$
 - b. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$
 - c. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$
4. Demuestre que la diferencia de dos funciones continuas es una función continua.
5. *Demuestre que el producto de dos funciones impares es una función par.*
6. a) Demuestre que toda sub-sucesión de una sucesión nula es una o-sucesión.
 - b) *¿Se cumple el recíproco? ¿Por qué?*

Las preguntas destacadas en cursiva evalúan los objetivos básicos que se deben exigir a todos los estudiantes por lo que la cantidad de puntos correspondientes al aprobado se distribuirán convenientemente entre éstas. Por otra parte, la pregunta 6 requiere una aplicación productiva de los conocimientos y habilidades ya que no se han enfrentado a ella en clases ni aparece en los textos, a la misma se le asignarán “pocos” puntos para que un fracaso en ella no influya considerablemente en la calificación. Con ello no se pretende restarles importancia a las preguntas problémicas o ejercicios donde los estudiantes tengan que producir o crear, sino que las mismas deben servir, desde el punto de vista evaluativo, para diferenciar entre los

estudiantes de 5 puntos y los de 4 puntos.

El examen tiene un valor de 50 puntos y se establece la siguiente norma de calificación:

48 – 50..... 95 % - 100 %..... 5 puntos..... Excelente

40 – 47..... 80 % - 94 % 4 puntos..... Bien

30 – 39..... 60 % - 79 %..... 3 puntos..... Aprobado

0 – 29..... 0 % - 59 %..... 2 puntos..... Desaprobado

De acuerdo con lo expresado y considerando que para aprobar se necesitan 30 puntos, estos se distribuirán entre las preguntas 1a (5 puntos), 1b (4 puntos) 2a (6 puntos), 2 b (3 puntos), 2c (7 puntos), 3 (1 punto), 4 (5 puntos) y 5 (3 puntos), que miden los objetivos fundamentales y básicos a cumplir por todos los estudiantes.

Corresponde ahora al docente el trabajo más difícil que consiste en precisar por qué se asignarán los puntos anteriormente distribuidos. Cuando no se tiene suficiente experiencia es conveniente validar la clave, para ello es recomendable leerse tres o cuatro exámenes y hacer las correcciones pertinentes. Para el examen se propone la siguiente clave:

Pregunta 1. (9 puntos)

a) 5 puntos por plantear que (a_n) es nula $\leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon) \forall n : (n \geq N(\varepsilon) \rightarrow |a_n| < \varepsilon)$ o expresar lo anterior de forma equivalente. Si solo escribe el definiens alcanza solo 4 puntos y si aporta todos los elementos, pero es impreciso para expresar la idea, como, por ejemplo, invierte el orden de un cuantificador u omite o invierte la implicación solamente recibe 3 puntos.

b) 4 puntos por plantear que: Sea $f : X \rightarrow Y$ (X y Y espacios métricos) entonces:

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x : (|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon)$ o expresa lo anterior de otra forma equivalente. Obtendrá 2 puntos si sólo escribe el definiens y si aporta todos los elementos, pero es impreciso para expresar la idea, como, por ejemplo, invierte el orden de un cuantificador u omite o invierte la implicación también alcanza 2 puntos

Preguntas 2. (13 puntos)

a) Alcanza 3 puntos por plantear: $a_{n+1} - a_n = \frac{2n+1}{n+1} - \frac{2n-1}{n+1}$, un punto por calcular correctamente y 2 puntos por concluir según el cálculo, para un total de 6 puntos.

b) Logra 3 puntos por indicar una cota inferior cualquiera.

c) Obtiene 4 puntos por demostrar que $|a_n - 2|$ es una sucesión nula, los que se distribuyen en 2 puntos por determinar correctamente a $N(\varepsilon)$ y 2 puntos por expresar claramente las ideas y por concluir.

Preguntas 3. (13 puntos)

a) Se asignan 2 puntos a plantear que la serie es divergente y 4 por argumentar

b) Se asigna 1 punto por señalar que es condicionalmente convergente y 2 por argumentar.

c) Se asignan 2 puntos por señalar que es convergente y 2 por argumentar. Si comete errores de cálculo, pero concluye de forma correcta de acuerdo al resultado solo alcanza 2 puntos.

Preguntas 4. (7 puntos)

Logra 7 puntos por presentar la demostración correctamente con todos sus detalles. Pero se asignan 5 puntos por no aclarar sobre los elementos que utiliza o por faltar explícitamente una argumentación. Solo alcanza 4 puntos si aporta todos los elementos de la demostración, pero no concluye.

Preguntas 5. (5 puntos)

Obtiene 5 puntos si selecciona dos funciones impares y escribe el significado de lo anterior. Llega a que $(f \cdot g)(x) = (f \cdot g)(-x)$ y concluye. Si aporta todos los elementos, pero es impreciso o no concluye correctamente solo alcanza 3 puntos.

Preguntas 6. (3 puntos)

a) 1 punto por realizar la demostración o por expresar las ideas de forma correcta.

b) 1 punto por responder negativamente y 1 punto por argumentar correctamente.

Generalmente los controles evaluativos en algunos departamentos se califican confeccionando una clave para cada pregunta (en base a 5 puntos) y estableciendo posteriormente una norma de calificación, la cual, en unos casos, considera a todas las preguntas igualmente

fundamentales y en otros, al pretender establecer diferencias entre las mismas, por el número de combinaciones que pueden presentarse, hace que el trabajo se convierta en algo poco funcional y para cuya realización se requiere más tiempo que el justificado. Estos inconvenientes no se presentan cuando se procede como en los ejemplos anteriores.

Se consideran a continuación algunas posibles respuestas de un estudiante al examen del ejemplo 2 para ilustrar mejor la forma de calificación.

Respuesta pregunta 1.

- a) (a_n) es nula $\leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon) \forall n : (n \geq N(\varepsilon) \rightarrow |a_n| < \varepsilon)$ (5 puntos)
- b) Una función tiene límite en un espacio métrico si: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ (0 puntos)

Respuesta pregunta 2.

- a) $a_{n+1} - a_n = \frac{2n+1}{n+1} - \frac{2n-1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ por $>$ tanto (a_n) es monótona creciente. (6 puntos)
- b) $a_1 = \frac{2 \cdot 1 - 1}{1} = 1$ es una cota inferior de (a_n) (3 puntos)
- c) $|a_n - 2| = \left| \frac{2n-1}{n} - 2 \right| = \left| -\frac{1}{n} \right| >$ y como $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ se cumple que $(a_n - 2)$ es una sucesión nula, es decir, $a_n \rightarrow 2$. (4 puntos)

Respuesta pregunta 3.

- a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ es divergente pues $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1 \neq 0$ (6 puntos)
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ no converge pues es una serie alternada. (0 puntos)
- c) $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \left| \frac{2^{n+1}}{(n+2)!} \cdot \frac{(n+1)!}{2^n} \right| = \frac{2}{n+2} \rightarrow 0 < 1$, por tanto $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$ es convergente. (4 puntos)

Respuesta pregunta 4. No la responde. (0 puntos)

Respuesta pregunta 5.

Sean f y g funciones impares, luego para todo x del dominio de f y al dominio de g se cumple que: $f(x) = -f(-x)$ y $g(x) = -g(-x)$ y entonces: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (-f(-x)) \cdot (-g(-x)) = f(-x) \cdot g(-x) = (f \cdot g)(-x)$ por lo que $(f \cdot g)$ es una función par puntos)

Respuesta pregunta 6.

- a) Si (a_n) es una sucesión nula y (b_n) es una sub-sucesión de (a_n) entonces (b_n) es nula por el criterio de convergencia de Cauchy. (0 puntos)
- b) No se cumple el recíproco. (1 punto)

Este estudiante obtiene los siguientes puntos por preguntas: 1 (5 puntos), 2 (13 puntos), 3 (10 puntos), 4 (0 puntos), 5 (5 puntos) y en la 6 (1 punto), para un total de 34 puntos. Según la norma de calificación el estudiante obtendría una calificación de 3 puntos (aprobado) en el examen.

Si el estudiante contesta correctamente además las preguntas 1b y 3b sobrepasa el límite cuantitativo del 3 pues llega a acumular un total de 41 puntos, para alcanzar la calificación de 4 puntos (Bien). De forma análoga ocurre, si además del trabajo realizado contesta correctamente la pregunta 4.

Si un estudiante responde brillantemente todas las preguntas excepto la 6, sólo pierde 3 puntos, obteniendo un total de 47, lo cual está entre los límites para obtener 4 puntos (Bien).

Las ideas expuestas en el trabajo fueron aplicadas en el departamento al cual pertenecen los autores durante los cursos 2018 – 2019 y 2019 – 2020 en la carrera Licenciatura en Educación. Matemática, específicamente en el trabajo metodológico de las disciplinas Didáctica de la Matemática y Análisis Matemático, constatándose su gran utilidad en el sentido de que el tiempo, tanto para elaborar las claves como para calificar las evaluaciones, se racionalizó considerablemente. A esta conclusión llegaron los colectivos de las disciplinas correspondientes en un taller metodológico donde se analizaron y discutieron las experiencias de los docentes, así como los resultados del trabajo en esta dirección.

Esta forma de confeccionar las claves y norma de calificación en la asignatura Matemática permite, además, determinar las notas de los exámenes con un mayor grado de objetividad que la forma tradicional de proceder. Esta afirmación se sustenta en las experiencias de los docentes participantes en el taller metodológico referido con anterioridad y un sencillo ejercicio realizado con este propósito, el cual consistió en confeccionar dos exámenes de la misma asignatura, pero en temas diferentes. Ambos se respondieron cometiendo errores intencionalmente. Al primero se le confeccionó una clave de la manera propuesta en este

trabajo y al segundo de la forma tradicional. Se seleccionaron siete profesores del departamento que habían trabajados los temas y se les pidió que calificaran ambos exámenes, cada uno con su clave correspondiente y los resultados fueron:

Al utilizar la clave tradicional los resultados fueron: Tres estudiantes (4 puntos), tres estudiantes (3 puntos) y un estudiante (2 puntos). Al utilizar la clave por puntos propuesta los resultados fueron: cinco estudiantes (4 puntos), dos estudiantes (3 puntos). Los resultados anteriores evidencian que el nivel de objetividad fue mayor por puntos, porque ningún estudiante desaprobó y el 70 % asignó la calificación de 4 puntos (Bien) que era la nota concebida según las respuestas intencionadas ofrecidas por los autores para los exámenes, mientras que por la clave tradicional desaprobó un estudiante y sólo el 43 % obtuvo la nota esperada.

Conclusiones

En la asignatura Matemática es efectivo y muy ventajoso calificar los exámenes a partir de claves y normas de calificación donde se establezca una correspondencia entre la cantidad de puntos obtenidos y las categorías evaluativas correspondientes. Mediante ello es posible: exigir los conocimientos básicos a todos los estudiantes, plantear preguntas problémicas sin que un fracaso en ellas repercuta demasiado en la nota del examen; considerar la importancia de cada pregunta en particular y así establecer las diferencias necesarias en la clave; variar la clave de una pregunta sin necesidad de modificar la importancia de ésta dentro del contexto del examen y calificar con mayor objetividad.

Referencias bibliográficas

- Arnaiz, I., García, J. A. y Díaz, M. (2020). Concepción didáctica para aplicar integralmente las habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas. *Educación y sociedad*, 18(3), 16 – 29.
- Herman, D. (1979). Notas de un curso de postgrado de Metodica de la Enseñanza de la Matemática. Santiago de Cuba 1979.
- Gairín, J. M., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2012). Propuesta de un modelo para la calificación de exámenes de matemáticas. En: Estepa, A., Contreras, J., Deulofeu, M. C., Penalva, F., García, J. y Ordóñez, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, XVI,

261-274. <https://core.ac.uk>.

Mengual, E., Albarracín, L., Muñoz-Escolano, J. M., Oller-Marcén, A. M., Gorgorió, N. (2019). Diseño de criterios para reducir la variabilidad en la calificación de exámenes de matemáticas en pruebas de acceso a la universidad. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 13(2), 62-83. <https://www.researchgate.net/publication/331023885>.

Ministerio de Educación Superior. (2022). Resolución No. 47 – 2022. Reglamento organizativo del proceso docente y de dirección del trabajo docente y metodológico para las carreras universitaria. Cuba.

Rojas, R. T., Arnaiz, I. e Ilizastigui, A. (2016) La evaluación como componente del proceso educativo. Una caracterización necesaria desde la pedagogía. *Revista Científica Ciência em Curso*, 5(1), 10-21. <http://www.portaldeperiodicos.inisul.br>.