

Las habilidades matemáticas generalizadas en la escuela cubana

Generalized mathematic skills in the Cuban school

Fecha de recibido: 12 de febrero, 2013. Fecha de aprobado: 27 de febrero, 2013. Resultado de trabajo científico metodológico de los autores.

Autores

Ibrahim Arnaiz Barrios. Licenciado en Educación, especialidad Matemática. Profesor Titular y Doctor en Ciencias Pedagógicas de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Manuel Ascunce Domenech" de Ciego de Ávila. Profesor adjunto del Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (IPLAC), miembro de la Subcomisión Nacional de Matemática y experto de la Junta de Acreditación Nacional. Profesor de la Dirección de Postgrado de la institución. Investigador en Pedagogía y en Didáctica de la Matemática durante más de 30 años. Ha participado en eventos científicos de carácter internacional y tiene varias publicaciones en Cuba y en el extranjero. Ha impartido cursos de postgrado en Cuba, la República de Panamá y la República Bolivariana de Venezuela. Profesor y miembro del comité académico de dos programas de maestría. Es miembro del Consejo Científico Territorial de Educación y de Tribunales de Categorías Docentes. e-mail: ibrahima@ucp.ca.rimed.cu

José Antonio García Rodríguez. Licenciado en Educación, especialidad Matemática. Profesor Auxiliar de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Manuel Ascunce Domenech" y Máster en Ciencias de la Educación Superior. Imparte docencia en las maestrías en Ciencias de la Educación, es Director de la Dirección de Postgrado. Investigador en Dirección Científica y en la disciplina Didáctica de la Matemática durante más de 30 años. Ha participado en varios eventos científicos de carácter nacional e internacional y tiene varias publicaciones en Cuba y en el extranjero. Ha impartido cursos de postgrado. Profesor y miembro del comité académico de un programa de Maestría. Es miembro del Consejo Científico Territorial de Educación y de Tribunales de Categorías Docentes. e-mail: josea@ucp.ca.rimed.cu

Resumen

El dominio de procedimientos matemáticos generalizadores por parte de los docentes tiene un significativo valor para formar en los estudiantes el pensamiento científico. Investigaciones realizadas en la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Ciego de Ávila en Cuba, han permitido identificar la necesidad de revelar fundamentos y orientaciones metodológicas para la dirección del aprendizaje de las referidas habilidades por parte de los estudiantes de la carrera de Matemática - Física, lo cual constituye el objetivo del presente artículo en el que se fundamenta la necesidad del desarrollo de estas habilidades, la esencia de su contenido con diferentes niveles de profundidad, así como las acciones correspondientes para cada habilidad.

Palabras clave: aprendizaje, generalización, habilidades, Matemática

Abstract

The mastery of generalized mathematical problems by teachers is meaningful to train students in the scientific thinking. Research done at the University of Pedagogical Sciences in Ciego de Ávila province has allowed the identification of the need to show the methodological guidelines and foundations in the direction of the learning process of these skills in the students from the Mathematics and Physics major, thus, being the objective of the current paper in which the need for developing these skills is founded, the gist of their content with the assimilation levels with their corresponding actions.

Key words: learning, Mathematics, generalization, skills

Introducción

A pesar de los resultados teóricos y prácticos, consecuencias de varias investigaciones realizadas que tienen que ver con el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y del nivel de preparación alcanzado por los docentes, todavía varios estudiantes de la enseñanza general media presentan dificultades en el aprendizaje del contenido matemático en el sentido de poderlo aplicar de manera integrada a la solución de ejercicios y problemas.

Algunos maestros, profesores, estudiantes y familiares muestran insatisfacción con los resultados de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática al no existir siempre, una correspondencia entre éstos y el esfuerzo realizado por unos y otros. En varios niveles del trabajo científico metodológico de la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Ciego de Ávila se ha identificado la necesidad de

perfeccionar la preparación de los docentes de Matemática en formación como una de las vías más importantes para resolver los problemas de aprendizaje que se manifiestan en la escuela.

El control sistemático de la práctica laboral de los estudiantes de la carrera de Matemática – Física en la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Ciego de Ávila y el proceso de validación de la disciplina Didáctica de la Matemática de la referida carrera permitieron identificar insuficiencias en el dominio del contenido y los métodos para el trabajo con las habilidades matemáticas generalizadas. Al enfrentarlos a la solución de los exámenes de ingreso a la educación superior y otros ejercicios con similares exigencias se constata que los docentes en formación no tienen suficientemente desarrolladas estas habilidades lo cual se conjuga con limitaciones en el dominio de los métodos y procedimientos para enseñarlas a sus alumnos de la enseñanza general media.

A pesar del desarrollo teórico y metodológico alcanzado en la dirección del aprendizaje de las habilidades matemáticas, investigaciones realizadas en la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Ciego de Ávila en Cuba, han permitido identificar la necesidad de ofrecer fundamentos y orientaciones metodológicas para la dirección del aprendizaje de las habilidades matemáticas generalizadas por parte de los estudiantes de la carrera de Matemática - Física, lo cual constituye el objetivo del presente artículo. (Arnaiz, 2011)

A partir de la experiencia de los autores, de resultados de trabajos investigativos en el tema, de la revisión de textos de Matemática de la escuela cubana y el intercambio con varios docentes y metodólogos de experiencia, en el artículo se fundamenta la necesidad del desarrollo de habilidades matemáticas generalizadas, la esencia del contenido de cada habilidad generalizada, las acciones correspondientes y se proyectan diferentes niveles de profundidad del contenido de cada habilidad, que constituyen un estado deseado al cual debe aspirarse.

Desarrollo

La Didáctica de la Matemática es la ciencia que estudia el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática como sistema, siendo los elementos componentes del mismo: el profesor, el alumno, el grupo (componentes personales) y los objetivos, el contenido, los métodos, las formas, los medios y la evaluación del aprendizaje (componentes personalizados).

El contenido es el componente del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en el que se manifiestan los conocimientos (conceptos, teoremas y procedimientos), habilidades, hábitos, capacidades, experiencia transformadora (investigativa), valores, convicciones y normas de

conductas que al ser asimiladas por los estudiantes, en el aprendizaje, posibilitan el cumplimiento de los objetivos planteados.

Uno de los factores que incide en la selección y dosificación del contenido es las características de la época. En la actual, distinguida por el desarrollo acelerado de las ciencias, se produce un constante crecimiento del volumen de conocimientos. A pesar del continuo desarrollo de la Matemática como ciencia y del proceso de matematización que hoy se producen, no se pueden seguir aumentando los contenidos curriculares por razones higiénicas y económicas. Esta contradicción plantea la necesidad de concebir de una forma diferente el PEAM: no se pueden producir sobrecargas para el alumno a la vez que no se puede disminuir la calidad de la educación, ni renunciar a los objetivos de la enseñanza de la asignatura.

Para algunos especialistas la solución a esta problemática está en garantizar un proceso óptimo y racional a partir de priorizar la enseñanza de procedimientos generalizadores, integradores y actitudinales que permitan al educando continuar aprendiendo por sí mismo. (Campistrous et al., 1989) (Talízina, 1992) (Macedo, 2001) (Pla, 1999).

El término generalización ha sido abordado por diferentes autores (García, 1998), (Davýdov, 1985), (Cortes, 2002). Entre estos autores existe consenso de que generalizar es abstraer o aislar mentalmente datos comunes de una cosa, idea o proceso para reunirlos formando coherentemente un concepto que los representa a todos. Se comparte el criterio de que "al generalizar, revelamos lo común en los objetos y fenómenos de la realidad individualizados" (Davýdov, 1985: 13).

El contenido y los métodos proyectan un tipo de pensamiento. Los contenidos y los métodos "(...)" de la enseñanza tradicional van orientados preferentemente a inculcar en los alumnos las bases y normas del pensamiento empírico, de esta importantísima forma del pensamiento racional, pero no es la más eficiente en la época actual" (DAVÝDOV, 1985: 7). Es decir, el desarrollo del pensamiento empírico es necesario pero no suficiente, se requiere además desarrollar el pensamiento teórico de los estudiantes. Ello constituye la aspiración del autor antes referido cuando escribió el texto "Tipos de generalización en la enseñanza". En la parte introductoria de este libro expresa que "Diseño de la presente obra es fundamentar la idea de que una auténtica solución de los problemas concernientes a la actual instrucción escolar, en cuanto a las bases lógico – psicológicas de la misma, presupone un cambio del tipo de pensamiento proyectable mediante el contenido de las disciplinas y los métodos de su enseñanza. El perfeccionamiento de estos últimos

ha de ejecutarse en el plano de esa perspectiva cardinal: formar en los escolares el pensamiento científico - teórico". (DAVÝDOV, 1985: 7).

El proceso de generalización exige la búsqueda de rasgos comunes en diferentes objetos, fenómenos o procesos. A decir de Davýdov: "(...) La facultad de usar una u otra regla presupone la separación de cierta calidad en el objeto con la que justamente dicha regla sea correlacionable. En esencia, ella está vinculada con toda una clase de objetos o situaciones (el concepto de "regla" pierde su sentido cuando se opera con un solo objeto)" (Davýdov, 1985: 18).

Según Davýdov "los nuevos procedimientos estructuradores de las disciplinas han de proyectar sobre los escolares la formación de un pensamiento más alto, respecto al que sirve de orientación al sistema tradicional de enseñanza. Adelantamos la tesis de que este deberá ser el nivel de pensamiento científico – teórico contemporáneo, cuyas regularidades revela la dialéctica materialista como lógica y teoría del conocimiento". (Davýdov, 1985: 7)

La necesidad de utilizar el concepto de habilidad como criterio fundamental para diseñar el proceso de enseñanza – aprendizaje es consenso de numerosos especialistas. "... No se puede separar el saber del saber hacer, porque saber es siempre saber hacer algo y no puede haber conocimientos sin habilidades, sin saber hacer. De lo dicho resulta claro que para precisar qué es saber hacer hay que determinar los tipos de habilidades gracias a las cuales funcionan o se manifiestan los conocimientos" (Campistrous et al., 1989: 19).

Existe consenso de que las habilidades son modos de actuación que permiten operar con el conocimiento. Sobre la relación dialéctica entre los conocimientos y las habilidades, la más enfatizada es la referida a que el conocimiento del estudiante se manifiesta fundamentalmente mediante las habilidades, pero debe añadirse que éstas, a su vez, propician el desarrollo del conocimiento.

Autores de reconocido prestigio internacional plantean que para contribuir a la necesaria optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, se requiere determinar aquellas habilidades generales y esenciales que permitan aplicar, de manera independiente, los conocimientos seleccionados y a partir de ellas obtener nuevos conocimientos. (Campistrous et al., 1989), (Macedo, 2001)

Esta idea rectora para la determinación del sistema de habilidades (generalidad y esencialidad) se infiere del planteamiento acerca de que "... el contenido que se debe asimilar no son los elementos

específicos que se suceden unos a otros y que se van asimilando por separado, sino la esencia que está detrás de ellos. Son fenómenos específicos que en este caso sirven solo como un medio de asimilación; la esencia se conoce mediante el fenómeno". (Campistrous et al., 1989: 23)

Este planteamiento encuentra sus fundamentos en la obra de Nina F. Talízina, de manera particular cuando expresa que "... es necesario incluir en el contenido de la enseñanza, precisamente la esencia escondida tras los fenómenos particulares...(Talízina, 1987: 5), argumentando que "la sustitución de los procedimientos específicos de la actividad cognoscitiva por generalizadores eleva sustancialmente el efecto de desarrollo de la enseñanza, coadyuva a la formación del pensamiento teórico" (Talízina, 1992: 61).

Consecuentemente con lo referido, en los documentos estatales de planificación y organización del PEAM se proyecta "Desarrollar en los alumnos habilidades sólidas en el trabajo con algoritmos o cálculos elementales, así como con métodos y procedimientos indispensables..." (Cuba. MINED, 1987: 8) es decir, desde hace más 20 años ya existe una orientación estatal para la determinación del contenido matemático en correspondencia con el principio anterior.

En los últimos años el Dr. Luis Campistrous Pérez ha jugado un papel protagónico en la precisión de las habilidades con tales características (procedimientos generalizadores). En sus trabajos determina las habilidades matemáticas generalizadas para la Enseñanza General Politécnica y Laboral, a saber: calcular, evaluar, simplificar, resolver ecuaciones, descomponer en factores y relacionar gráficos y propiedades de funciones.

Estas habilidades generalizadas fueron presentadas inicialmente en la parte introductoria de las Orientaciones Metodológicas del décimo grado como un epígrafe del "Tratamiento metodológico general del contenido de la asignatura en el grado" titulado "Sobre las habilidades matemáticas" (Campistrous et al., 1989). Los autores consideran que su nivel de generalidad trasciende el grado en cuestión ya que las mismas tienen salida en todos los grados de la Enseñanza General Media (séptimo a duodécimo), excepto las dos últimas que se introducen a partir del octavo grado.

Ellas son habilidades generalizadas no sólo porque tienen salida prácticamente en todos los grados de la Enseñanza General Media sino porque además cada una incluye varios procedimientos específicos. En el mencionado trabajo se revela tal relación. Aquí se presenta de la siguiente manera:

- Calcular: cálculo con números, cálculo con magnitudes, cálculo con variables, cálculo con radicales, cálculo con razones trigonométricas.
- Evaluar: sustituir variables por números en una fórmula, sustituir variables por números en una expresión, sustituir variables por números en una ecuación o en una función, sustituir variables por variables, sustituir variables por términos.
- Simplificar: simplificar fracciones, simplificar radicales, eliminar signos de agrupación, reducir términos semejantes, simplificar expresiones trigonométricas, simplificar fracciones algebraicas.
- Resolver ecuaciones: resolver ecuaciones lineales, resolver ecuaciones fraccionarias, resolver ecuaciones cuadráticas, resolver ecuaciones con radicales, resolver ecuaciones trigonométricas, resolver ecuaciones exponenciales, resolver ecuaciones logarítmicas.
- Descomponer en factores : Extraer de una expresión el factor común numérico, el literal o ambos, descomponer una diferencia de cuadrados o de cubos, descomponer un trinomio cuadrado perfecto, descomponer - siempre que sea posible - un trinomio cualquiera, descomponer polinomios - siempre que sea posible - de cuatro términos o más.
- Relacionar gráficos y propiedades de funciones: relacionar gráficos y propiedades de funciones lineales, relacionar gráficos y propiedades de funciones cuadráticas, relacionar gráficos y propiedades de funciones trigonométricas, relacionar gráficos y propiedades de funciones exponenciales, relacionar gráficos y propiedades de funciones logarítmicas.

A continuación se presenta la esencia del contenido de cada habilidad generalizada, las acciones correspondientes y se proyectan diferentes niveles de profundidad del contenido de cada habilidad, que constituyen un estado deseado al cual debe aspirarse.

La habilidad calcular

De acuerdo con su significado, calcular es la operación u operaciones que se realizan para conocer el resultado de la combinación de dos o más números, según reglas establecidas, es decir calcular es un proceso, que apoyado en definiciones de conceptos de operaciones, está dirigido a buscar un número o un representante de él. El cálculo se manifiesta en las diferentes áreas de la Matemática: Aritmética, Álgebra y Geometría.

La experiencia y el sistema de conocimiento de la asignatura en los doce grados de la enseñanza permiten establecer el siguiente esquema:

Cálculo numérico	Operaciones	Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación (notación científica), radicación, combinaciones de estas.
	Funciones	Determinación de imágenes de funciones y del límite de un punto.
	Expresiones	Determinación del valor numérico (algebraicas, logaritmo, exponencial, trigonométricas), y en proporciones.
	Problemas	Que conducen a operaciones básicas, determinaciones de M.C.M y M.C.D, proporciones y tanto por ciento.

Interpretando el esquema anterior el lector confirmará que el cálculo numérico está presente en todos los grados de la escuela cubana y en diferentes asignaturas, así como la relación que tiene esta habilidad generalizada con otras, de lo cual se desprende su importancia y la posibilidad de ejercitarla de forma sistemática e integrada. Pero además es imprescindible enseñar a los alumnos un conjunto de procedimientos generales únicos que le permita actuar frente a cualquier ejercicio de cálculo.

Calcular es:

1. Transformar términos en valores numéricos.
2. Convertir los valores numéricos a una misma notación.
3. Efectuar los cálculos aritméticos entre dos números ordenadamente.

Las acciones de la habilidad calcular son (Campistrous et al., 1989).

1. Identificar el tipo de cálculo a realizar.
2. Seleccionar las reglas de cálculo necesarias.
3. Efectuar los cálculos.

Atendiendo al enfoque histórico cultural que la Didáctica de la Matemática utiliza como referente, cada profesor debe determinar el nivel real de conocimientos y habilidades que poseen sus alumnos para en correspondencia, dirigir el trabajo hacia la atención de las diferencias individuales y

proyectar niveles superiores de desarrollo. Por ello es conveniente establecer los niveles de profundidad que permitan dirigir el proceso de desarrollo de esta habilidad. La experiencia de los autores, resultados de trabajos investigativos en el tema, la revisión de textos de Matemática de la escuela cubana y el intercambio con varios docentes y metodológicos de experiencia ha permitido identificar niveles de profundidad para cada una de las habilidades generalizadas que constituyen un estado deseado al cual debe aspirarse.

Para la habilidad calcular los niveles de profundidad son:

1er Nivel: Realizar operaciones combinadas de cálculo respetando el orden y los signos de agrupación donde se exija el uso de conceptos conocidos (potencia, raíz cúbica, raíz cuadrada, y valor absoluto).

2do Nivel: Realizar operaciones combinadas de cálculo respetando el orden y los signos de agrupación donde se exija, además del contenido del 1er. nivel, la aplicación de propiedades y la determinación del valor numérico correspondiente a un termino usando tablas en forme directa (cuadrado de un número, raíz cúbica, propiedades de las potencias).

3er Nivel: Realizar operaciones combinadas de cálculo respetando el orden y los signos de agrupación donde se exija, además del contenido del 2do. nivel, el uso de procedimientos (cuadrado de un numero de cuatro cifras, raíz cúbica de un numero de cuatro cifras).

La habilidad evaluar

En la vida cotidiana y según el diccionario, evaluar significa, señalar el valor de una cosa; pero, en la Matemática. ¿Qué es evaluar?

Es ante todo asignar valor a las variables de forma tal que la expresión dependa de los valores que tomen estas.

Evaluar es transformar una expresión dada, sustituyendo las variables que en ella aparecen por números o expresiones; por supuesto, para esto es necesario identificar de qué tipo de expresión se trata.

Las acciones de la habilidad evaluar son: (Campistrous et al., 1989).

1. Identificar el tipo de expresión.
2. Seleccionar y utilizar los medios necesarios (tablas, algoritmos, etc.).

4. Calcular.

Para la habilidad evaluar los niveles de profundidad son:

1er. nivel: Las variables son sustituidas por números (inicia en la enseñanza primaria)

2do. Nivel: Las variables son sustituidas por expresiones y para evaluar hay que aplicar la ley de formación de una función o un algoritmo de trabajo. (Inicia en la enseñanza secundaria)

3er. nivel: Las variables son sustituidas por expresiones y se combinan varias evaluaciones o algoritmos de trabajo. (Inicia en la enseñanza secundaria)

La habilidad evaluar está presente en ejercicios de tipo aritmético, algebraico y geométrico, generalmente acompañada por el cálculo, ella incluye la determinación del valor numérico de expresiones algebraicas, cuando se determinan imágenes de funciones, de ahí que aunque los niveles propuestos se inician en una determinada enseñanza, a partir de ese momento se continúan sistematizando en todas las demás. También con determinada frecuencia se aplica para resolver problemas de la vida diaria como el siguiente:

La habilidad resolver ecuaciones

La esencia del contenido de esta habilidad, tiene un extraordinario valor metodológico. Consiste en saber lo que está oculto detrás del proceso de solución de los diferentes tipos de ecuaciones y es que resolver una ecuación en esencia consiste en transformarla en una ecuación más sencilla, utilizando los conocimientos y habilidades precedentes. Esta idea, aparentemente moderna, aparece implícita en textos cubanos de Matemática. Mario O. González en Complementos de Aritmética y Álgebra, Quinto curso, plantea que "... los métodos de resolución de ecuaciones variadísimos en la forma, fundamentalmente se reducen a uno solo, procurase su transformación a una más sencilla" (González, 1974: 8).

Las acciones correspondientes a esta habilidad son: (Campistrous et al., 1989).

1. Simplificar si es necesario.
2. Reconocer el tipo de ecuación.
3. Seleccionar el procedimiento de solución.
4. Calcular.

5. Comprobar las soluciones.

Diferentes niveles de profundidad del contenido de esta habilidad son los siguientes:

1er. nivel: Las ecuaciones pueden identificarse sin necesidad de realizar transformaciones y se aplica el procedimiento de solución de forma directa.

2do. Nivel: Las ecuaciones pueden identificarse de forma directa o realizando transformaciones algebraicas sencillas y se resuelven aplicando el procedimiento de forma directa una vez realizadas las transformaciones.

3er. Nivel: Las ecuaciones pueden identificarse de forma directa o no, pero el procedimiento de solución no es directo, es decir, requiere del uso de propiedades, identidades, sustitución de variables., etc.

Dentro de cada nivel varía el grado de complejidad atendiendo al sistema de conocimientos que poseen los estudiantes, a la relación que tienen con otras habilidades y al tipo de ecuación a la que conducen las transformaciones realizadas, por lo que el nivel de creatividad que tenga el docente es fundamental para conformar los sistemas de ejercicios.

La habilidad simplificar

Según su significado simplificar: es hacer más sencillo. Incluye simplificar términos semejantes, fracciones, radicales, expresiones trigonométricas, logaritmos, exponentes, por lo que tiene relación con las habilidades calcular y descomponer en factores.

En la práctica se representa muchas veces la necesidad de simplificar fracciones algebraicas, donde resulta importante saber que para efectuarla; tanto el numerador como el denominador deben estar expresados como producto, de allí su estrecha relación con la habilidad descomponer en factores.

Se recomiendan las siguientes acciones que se ajustan para simplificar cualquier expresión, independientemente de su tipo: (Campistrous et al., 1989).

1. Identificar la simplificación en la expresión dada.

2. Reconocer las reglas a utilizar.

- descomponer en factores
- divisibilidad

- supresión de signos de agrupación
- propiedades de las potencias, logaritmos y radicales
- identidades trigonométricas

3. Calcular en casos necesarios.

4. Comprobar que la expresión no admite otra simplificación.

Para la habilidad simplificar los niveles de profundidad que se proponen son los siguientes:

1er. Nivel: Simplificar de forma directa sin necesidad de realizar transformaciones.

2do. Nivel: En este nivel se identifica la simplificación de la expresión dada la forma directa, pero para realizarla se requiere del uso de propiedades de las potencias, los radicales, logaritmos, expresiones trigonométricas, descomponer en factores, eliminar signos de agrupación y después de aplicada una de estas transformaciones, entonces simplificar; al hacerlo queda totalmente simplificada la expresión, sin necesidad de repetirle proceso.

3er. Nivel: La identificación de la simplificación a realizar puede hacerse de forma directa, pero el procedimiento de simplificación no lo es, pues requiere el uso de transformaciones reiteradas como son descomponer en factores y aplicar propiedades, para que la expresión quede totalmente simplificada.

La habilidad descomponer en factores

La habilidad descomponer en factores incluye todos los tipos de descomposición factorial, se aplica en muchos procedimientos de cálculo. Es imprescindible enseñarle al alumno un conjunto de procedimientos generales únicos que le permitan actuar frente a cualquier ejercicio de descomponer en factores. Estos son: (Campistrous et al., 1989).

1. Identificar si es posible proceder directamente o no.

2. Identificar el tipo de descomposición en el siguiente orden:

-Factor común

-Binomio

-Trinomio

-polinomio (en una variable o en varias variables)

3. Descomponer según la regla seleccionada.

4. Calcular.

5. Comprobar si la expresión está factorizada completamente en el dominio que se señale y si no lo está repetir los pasos para el factor que lo requiera.

La integración y el nivel de complejidad de cada una de estas acciones determinan diferentes niveles de profundidad al descomponer en factores, ellos son:

1er nivel: Descomponer expresiones donde haya que realizar una sola descomposición y no se realicen transformaciones algebraicas.

2do nivel: Descomponer en factores donde haya que realizar una o dos descomposiciones y pueda ser necesaria o no la realización de transformaciones algebraicas.

3er nivel: Descomponer expresiones donde haya que efectuar más de dos descomposiciones y esté o no presente realizar transformaciones algebraicas.

Es necesario destacar que precisar el dominio donde se debe realizar la descomposición puede aumentar la complejidad del ejercicio y variar el nivel de ubicación del mismo.

Ejemplo:

♣ Si se da la orden de descomponer la expresión $4x^3 - 5x^2 + 1$ en \mathbb{Q} se tendrá un ejercicio del 1er nivel, ya que sólo se realiza una única descomposición $(x-1)(4x^2 - x - 1)$

♣ Si se da la orden de descomponer en \mathbb{R} entonces pasaría hacer un ejercicio de 3er nivel ya que se aplica la combinación de dos casos.

$$(x-1)\left[x - \left(\frac{1+\sqrt{17}}{8}\right)\right]\left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{8}\right)$$

Análogamente ocurre con el siguiente ejemplo $64 - e^{4x}$. Descomponer en \mathbb{Q} sería un ejercicio del 2do nivel ya que se utiliza una sola descomposición donde hay que hacer transformaciones algebraicas. Si la orden se da en \mathbb{R} pasaría hacer un ejercicio del 3er nivel.

$$64 - e^{4x} = (8 - e^{2x})(8 + e^{2x}) \text{ en } \mathbb{Q}$$
$$64 - e^{4x} = (\sqrt{8} - e^x)(\sqrt{8} + e^x)(8 + e^{2x}) \text{ en } \mathbb{R}$$

Teniendo en cuenta lo anterior se considera que en los ejercicios puros de descomposición se debe señalar el dominio donde se desee descomponer o de no darse la orden al estudiante debe conocer que la descomposición la realizará en el dominio más amplio que conoce. Si no se logra que el estudiante se adapte a trabajar de esta forma, se corre el riesgo que no llegue a la mínima expresión en el proceso de simplificación

Ejemplo: Simplifica tanto como sea posible.

$$\frac{x^4 - 4}{(x^2 - 2)(x + \sqrt{2})}$$

Es claro que si el estudiante no sabe que debe simplificar en el dominio más amplio (R) no podría llegar a la expresión más simplificada.)

Solución:

$$\frac{x^4 - 4}{(x^2 - 2)(x + \sqrt{2})} = \frac{(x^2 - 2)(x^2 + 2)}{(x^2 + 2)(x + \sqrt{2})} = \frac{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{(x + \sqrt{2})} = x - \sqrt{2}$$

La habilidad relacionar gráficos y propiedades de funciones

Relacionar gráficos y propiedades de funciones es aquella habilidad generalizada mediante la cual se identifican funciones, una función expresada analíticamente puede ser representada gráficamente a partir de ciertas propiedades o encontrarse la expresión analítica y ciertas propiedades de una función a partir de su gráfico.

Las acciones correspondientes a esta habilidad son: (Campistrous et al., 1989).

1. Identificar la relación entre el gráfico y la propiedad.
2. Reconocer el comportamiento en el gráfico.
3. Concluir sobre la propiedad.

A partir de la conceptualización de esta habilidad se pueden establecer los siguientes niveles de profundidad a tener en cuenta en el proceso de su desarrollo en los alumnos:

1er. Nivel:

- a) Identificar funciones expresadas de diferentes maneras.

b) Identificar propiedades de funciones, expresadas analítica y geoméricamente: dominio, imagen, ceros, interceptos con ejes de coordenadas, evaluar una función en un punto o una expresión, monotonía.

2do. Nivel: Representar gráficamente una función a partir de algunas propiedades y determinar otras propiedades. Las funciones pueden ser expresadas en su forma normal o requerir de transformaciones.

3er. Nivel: Determinar la expresión analítica de una función o algunas de sus propiedades a partir de su representación gráfica. Problemas cuya solución requiera relacionar gráficos y propiedades de las funciones estudiadas

La precisión de diferentes niveles de profundidad de las habilidades generalizadas tiene las siguientes ventajas:

- Ayuda a diagnosticar con precisión el nivel real de conocimiento y de la habilidad en cualquier momento del curso.
- Permite la elaboración de sistemas de ejercicios que puedan utilizarse como ejercitación o como control.
- Permite trabajar de forma diferenciada con cada uno de los estudiantes dentro y fuera de la clase.
- Favorece el conocimiento por parte del profesor que transita con sus estudiantes o que recibe un grupo de alumnos que no conoce.

Conclusiones

Entre las habilidades matemáticas generalizadas existe una estrecha relación, por lo que a través de la ejercitación de los diferentes niveles de profundidad del contenido de una de ellas pueden ser sistematizados los de otras habilidades.

Los fundamentos didácticos presentados sustentan la necesidad del tratamiento de las habilidades generalizadas de la Matemática como parte del contenido de enseñanza de las disciplinas de la carrera Matemática - Física.

Las orientaciones metodológicas ofrecidas en el artículo para la dirección del aprendizaje de las habilidades matemáticas generalizadas por parte de los estudiantes de la carrera de Matemática – Física, constituyen una valiosa base orientadora para el trabajo de docentes y estudiantes en el

proceso de enseñanza de las disciplinas de la carrera de Matemática - Física y fundamentalmente de la Didáctica de la Matemática.

Bibliografía

ARNAIZ BARRIOS, IBRAHIM Y RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ MARILUZ. (2007). La utilización de métodos que impliquen a los alumnos en el aprendizaje de la matemática. Un reto al desempeño de los docentes. En Educación y sociedad. – Año 5, Número 1. --Ciego de Ávila, enero – marzo. / 2007. ISSN. 1811-9034. RNPS 2073

ARNAIZ BARRIOS, IBRAHIM. (2003). Modelo de actuación de los docentes para favorecer la aplicación integrada del contenido desde el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciego de Ávila. Cuba. 2003.

ARNAIZ BARRIOS, IBRAHIM. (2011). Las habilidades matemáticas generalizadas. Resultado científico del proyecto de investigación: Perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje en la carrera Matemática Física de la UCP "Manuel Ascunce Domenech". Ciego de Ávila.

ARNAIZ BARRIOS, IBRAHIM (2000) "La integración sistemática del contenido como idea metodológica rectora para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática". -- ISP "Manuel Ascunce Domenech", Ciego de Ávila, 2000. -- Presentado En: Evento Provincial Pedagogía 2001. (Curso).

BALLESTER PEDROSO, SERGIO Y OTROS (1992). Metodología de la enseñanza de la Matemática. – La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1992. – 2 t.

CAMPISTROUS PÉREZ LUIS. (1989). "Sobre las habilidades matemáticas". -- En Matemática: 10mo grado: Orientaciones Metodológicas. -- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989.

CORTÉS, JESÚS: Alfabetización informativa en Educación Superior. Ciudad Juárez, Chihuahua. México. 2002.

CUBA. MINED. (1999). "Programa de Matemática para las Secundarias Básicas seleccionadas. Curso escolar 1999 - 2000". Ciudad de La Habana.

- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACION (1987). "Proyecto. Matemática. Concepción general de la asignatura en el subsistema de la educación general politécnica y laboral". (Folleto).
- DAVYDOV V. V. (1978) Tipos de generalización en la enseñanza. -- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1978. -- 485 p.
- GARCÍA CRUZ, Juan Antonio: El proceso de generalización desarrollado por alumnos de secundaria en problemas de generalización lineal. Universidad de La Laguna. España, 1998.
- GONZALEZ, MARIO O. (1974) Matemática. Quinto Curso; Complementos de Aritmética y Álgebra./ Mario O González/.La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1974, --- 202 p
- HERNÁNDEZ PINA ÁNGEL. (2002) Estrategia para el perfeccionamiento del modo de actuación metodológico de los profesores de Matemática. Máster en Ciencias de la Educación Superior. Universidad de Matanzas "amilo Cienfuegos".
- MACEDO BEATRIZ. (2001). "La enseñanza de las ciencias en América Latina y el Caribe". Conferencia central del simposio 4 sobre Didáctica de las Ciencias en el nuevo milenio. Evento Pedagogía '2001. MINED. Ciudad de La Habana.
- PLA LÓPEZ RAMÓN (1999). "Influencia de una concepción didáctica integradora en el modo de actuación profesional de los docentes de ciencias sociales". En: Pedagogía '99. MINED. Ciudad de La Habana. (Ponencia).
- TALÍZINA, NINA F. (1992). La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares. / México / Edit. Ángeles / 1992.
- TALÍZINA, NINA F. (1987). "Métodos para la creación de programas de enseñanza". DEPES – MES, Vicerrectoría Docente. Universidad de Camagüey, febrero 1987.
- TALÍZINA, NINA F. (1998). Psicología de la Enseñanza. -- Moscú: Biblioteca de Psicología Soviética.: Editorial Progreso, 1998. -- 366 p.