Manual para argumentar en clases de geometría de sexto grado del nivel educativo primario

Handbook to argue in geometry's classes of sixth grade in primary educational level

Maite Herrera-Olivera*

™ maiteho291@gmail.com

https://orcid.org/0000-0003-1895-7823

Marilyn Beatriz Fabá-Crespo**

™ m.fabacrespo@gmail.com

https://orcid.org/0000-0002-3290-6515

Aray Pérez-Pino**

ĭ arayperespino@gmail.com

https://orcid.org/0000-0001-8003-2157

*Escuela Tomás García Ponce, Cuba.

**Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba.

Resumen

En las clases de geometría de sexto grado se aprecian las dificultades de los educados al argumentar el valor de verdad de una proposición geométrica. En respuesta a esto, el objetivo de este trabajo es proponer un manual para argumentar en clases de geometría de sexto grado, contentivo de actividades con un enfoque diferente al que aparece en ejercicios del libro de texto o en las adaptaciones curriculares, con situaciones de aprendizaje novedosas, nuevas formas de presentación, motivación e implementación que generan oportunidades de aprendizaje para la solución creadora de problemas de la vida escolar, personal y familiar. Se emplearon el método analítico-sintético, la observación, el análisis documental y la prueba pedagógica. Este artículo presenta el manual como resultado parcial del tema aprobado y admitido por el Programa Doctoral de la Universidad de Ciego de Ávila.

Palabras clave: habilidad, habilidades geométricas, manual, proposición geométrica

Abstract

In the geometry's classroom of sixth grade are appreciated the difficulties of the students when they arguing the value of true of a geometric proposition. In answer to this, the objective of this work is to propose a handbook to argue in geometry's classroom of sixth grade, that contains activities whit a different approach to those that appear in exercises of the text book or in the curricular adaptations, with novel learning situations, new forms of presentation, motivation and implementation that generate learning opportunities for the creative solution of problems of the scholar, personal and family life. In the investigation were used methods and techniques such as: analytic-synthetic, the observation, the documental analysis and the pedagogic test. This article presents the handbook as a partial result of the approved topic and admitted by the Doctoral Program of Ciego de Avila's University.

Keywords: ability, geometric abilities, handbook, geometric proposition

Introducción

Las habilidades geométricas representan un contenido de indiscutible valor práctico y social, alrededor del que confluyen deficiencias que entorpecen tanto su didáctica como su aplicación práctica, por ello su desarrollo es una necesidad actual en la escuela primaria.

La didáctica de la geometría para la escuela primaria cubana reconoce las habilidades geométricas básicas dadas por Hoffer (1990): visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar. De forma integrada y en correspondencia con estas habilidades, se orienta el trabajo hacia la formación y el desarrollo de cuatro habilidades geométricas, ellas son: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir, argumentar proposiciones geométricas y resolver problemas geométricos. Todas ellas se trabajan en cada grado y ciclo de este nivel para lograr su óptimo desarrollo.

En específico, urge dar solución precisa a las dificultades que presentan los educandos en el acto de argumentar el valor de verdad de una proposición geométrica porque es un objetivo del grado y del nivel educativo. A través del desarrollo de esta habilidad se aprecia la máxima expresión del nivel de conocimientos alcanzados por los educandos, que se materializa con el empleo de procedimientos geométricos y con acciones y operaciones que constituyen habilidades

geométricas básicas, que están en estrecha relación con otras de carácter intelectual y de razonamiento lógico.

Se considera pertinente y necesario el estudio de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en sexto grado, debido a que los educandos se hallan en otro momento de desarrollo físico e intelectual, además ha tenido inicio la etapa de estudio racional o deductiva del currículo de geometría, lo que implica la necesidad de introducir o presentar los contenidos con otras formas que respondan a las exigencias del carácter desarrollador y dinámico que debe dársele a la enseñanza de la geometría.

Constituyen referentes de la investigación, autores nacionales y extranjeros que asumieron: el Modelo de Van Hiele (1957) como una vía para el desarrollo del pensamiento geométrico del educando, las habilidades geométricas planteadas por Hoffer (1990) y el Modelo de Toulmin (2003) para el desarrollo de la argumentación matemática.

Algunos de estos autores foráneos son: Fabres (2016), Rumsey y Langrall (2016), Berciano, Jiménez y Salgado (2017), Cervantes y Cabañas (2018), los que incursionaron en el estudio de la estructura de un argumento y su tipología, la argumentación y su importancia en la clase de geometría del nivel educativo primario.

El criterio de que pueden realizarse buenas prácticas pedagógicas para dar tratamiento a la habilidad argumentar proposiciones geométricas desde las primeras edades, de modo que el desarrollo de esta habilidad se dé progresivamente en ascenso, fue expuesto por investigadores tales como: Lee (2018), Riascos y Curbeira (2018), Barrantes y Barrantes (2020), Sánchez (2021), Benoit (2021) y Alsina, Cornejo y Salgado (2021).

Los Informes del Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes, PISA por sus siglas en inglés (2021), constituyen referentes teóricos, tanto por su relevancia internacional como por su reflejo en los diseños curriculares en numerosos países y en ellos se presenta la argumentación como capacidad matemática para denotar la capacidad de los individuos de razonar matemáticamente y resolver problemas en una amplia variedad de contextos.

En el ámbito nacional, se destacan León y Barcia (2016), León y Gil (2018), Maturana y Curbeira (2018), Ricardo y Garcés (2020), Herrera y Fabá (2021). Los aspectos que abordan

estos investigadores se relacionan con el desarrollo de habilidades geométricas o espaciales, los procedimientos geométricos, el pensamiento lógico, la utilización de la tecnología y la concepción del enfoque dinámico en la enseñanza de la geometría.

Se han escrito y demostrado múltiples aportes teóricos y prácticos que contribuyen a perfeccionar los aspectos instructivos y formativos de la enseñanza de la geometría, se elaboran instrumentos de trazado y medición, medios de enseñanza y software educativos; en esencia, es un área matemática con una alta disponibilidad de aplicación práctica, sin embargo, los mayores desafíos de su enseñanza responden a cómo hacerlo.

Para esta investigación, de tipo experimental con diseño de preexperimento y una metodología mixta donde se conjugó el análisis de datos cualitativos y cuantitativos, se seleccionó una muestra no probabilística, intencional conformada por 20 educandos de sexto grado de la escuela primaria "José Martí Pérez" del municipio Florencia, provincia Ciego de Ávila, por recibir clases de la principal autora del artículo.

Se utilizó el método analítico—sintético para la determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos del desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en sexto grado, en la elaboración e implementación del manual propuesto y en las conclusiones.

Se utilizó el análisis de documentos tales como el Modelo de Escuela Primaria, el programa, las orientaciones metodológicas, los ajustes curriculares de la asignatura Matemática, con el objetivo de obtener información sobre los recursos y medios didácticos que se emplean para el desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas. Además, se emplearon la prueba pedagógica y la observación al desempeño de los educandos de sexto grado durante las actividades relacionadas con la habilidad argumentar proposiciones geométricas.

La aplicación de estos instrumentos de medición permitió corroborar que en el acto de argumentar los educandos presentan deficiencias en la formulación de argumentos necesarios y suficientes para demostrar el valor de verdad una proposición geométrica, lo que se manifiesta cuando:

• Proceden a la memorización de conceptos y propiedades que emplean como argumentos, que en múltiples ocasiones no comprenden y los exponen sin una secuencia lógica de

ideas.

 Reducen sus argumentaciones a un solo paso de inferencia lógica, por lo que no llegan a establecer cadenas de argumentos geométricos.

• Establecen inadecuadas relaciones entre características o propiedades de figuras o cuerpos geométricos.

• Presentan incoherencias en el lenguaje y la simbología geométrica empleada.

Por su parte, los docentes:

• Continúan con la implementación de formas tradicionales de enseñanza de la geometría que afectan el proceso de desarrollo de habilidades.

• Recurren al empleo de los mismos materiales didácticos.

• Carecen de creatividad para introducir los contenidos geométricos a trabajar en clases.

• Hacen uso exclusivo del libro de texto para la enseñanza-aprendizaje.

 Limitan las habilidades de visualización, interpretación y representación en los educandos con el inadecuado uso de figuras modelo.

• Descuidan la relación que puede y debe darse entre las funciones didácticas y los procedimientos geométricos que se aplican para el desarrollo de la habilidad argumentar.

Las limitaciones en el proceder de los docentes para desarrollar en los educandos la habilidad argumentar proposiciones geométricas, las problemáticas detectadas en el diagnóstico realizado y el estudio analítico de la bibliografía más relevante del tema posibilitaron determinar el problema científico: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en los educandos de sexto grado?

Para darle solución al problema científico y transformar el objeto de estudio se planteó como objetivo: proponer un manual para argumentar en clases de geometría de sexto grado, contentivo de una tipología de ejercicios empleados en diversas situaciones de aprendizaje novedosas y significativas para la vida escolar, personal y familiar de los educandos.

Desarrollo

La enseñanza de la geometría en el nivel educativo primario tiene entre sus objetivos fundamentales el desarrollo de habilidades, esta última se considera una categoría psicológica que le



permite a un individuo ejecutar una actividad con éxito en dependencia de los conocimientos alcanzados. El estudio analítico de las reflexiones teóricas sobre las habilidades en el contexto matemático y geométrico, más concretamente, permitió asumir la definición dada por León y Barcia:

Las habilidades geométricas son un tipo de habilidades matemáticas que posibilitan que un individuo, a partir del dominio de acciones y operaciones prácticas e intelectuales, aplique los conceptos y procedimientos geométricos adquiridos, en la solución creadora de situaciones propias de la materia y/o de la vida práctica. (2016, p. 14)

Desde los primeros grados, los educandos adquieren paulatinamente los conocimientos que más tarde se convierten en requisitos indispensables para el desarrollo de estas habilidades, por lo que se consideran como condiciones previas, ellas son: la observación de objetos concretos, la experimentación con ellos para descubrir sus propiedades y el establecimiento de relaciones entre figuras, entre cuerpos y entre movimientos geométricos.

Con respecto a argumentar proposiciones geométricas, se apreció el uso indistinto de términos para referirse a la habilidad objeto de estudio, se presenta como argumentación matemática, argumentación en el contexto matemático o en el menor de los casos argumentación geométrica; en este artículo se asume el término argumentar proposiciones geométricas, a tono con la didáctica de la geometría para la escuela primaria en Cuba.

La habilidad argumentar en el contexto geométrico se realiza en el marco de actividades intelectuales y verbales, por lo que tiene lugar en el plano mental, con apoyo de representaciones y simbologías, se emplea para justificar o refutar una opinión, hacer declaraciones teniendo en cuenta al receptor y la finalidad con la que se emiten. Es el razonamiento en el que se defiende una posición, a partir de un grupo de razones que la sustentan.

Al argumentar hay que comunicarse con un lenguaje geométrico adecuado, hacerlo de manera que los argumentos se relacionen unos con otros, con el fin de demostrar el valor de verdad de la proposición. Hacer de esta práctica una actividad diaria sin imposiciones, tradicionalismos ni monotonía, acrecienta los niveles de concientización al realizar variados ejercicios y crea



una cultura de argumentación, necesaria en el ámbito matemático escolar, pero también en cualquier contexto en que se desarrolle el educando.

Desde un enfoque más general y situándose en la Matemática Infantil, se entiende la argumentación como "una actividad comunicativa y situada, por medio de la cual los niños y niñas entregan razones (para otros o para sí mismos) para justificar y convencer (o convencerse) sobre cierta posición o cuestionarla reflexivamente." (Cornejo et al., 2021, p. 161). Desde esta visión, se centra la atención en el argumento y se parte de reconocerlo como resultado o producto de la interacción de aspectos cognitivos, procedimentales y motivacionales.

En el presente trabajo se asume la argumentación geométrica como un discurso que consiste en ir de premisas a conclusiones, donde se unen el conocimiento geométrico y los razonamientos a través de las representaciones (Lee, 2018, p. 23). Esta definición está en total correspondencia con las acciones y operaciones de la habilidad objeto de estudio que se proponen para estar a tono con las exigencias del Modelo de Escuela Primaria, las del Tercer Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación y las adaptaciones curriculares que tienen lugar con la actualización y el enriquecimiento de los planes de estudio de la Matemática y la didáctica de la geometría en el nivel educativo primario.

Alcanzar un alto nivel de desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas potencia en el educando un razonamiento lógico, crítico y reflexivo, que le permite ser acertado ante la toma de decisiones en los más diversos momentos y situaciones, ser exacto, preciso, crear una actitud confiable para los demás y sobre todo llegar a estar en posición de éxito para comprender contenidos más complejos de la geometría.

El logro de una correcta argumentación exige que el educando sea poseedor de conocimientos que constituyen las razones para verificar o refutar la tesis. En el caso de las proposiciones geométricas dichos argumentos pueden ser definiciones, axiomas y teoremas o proposiciones.

En ocasiones no es posible determinar inmediatamente si una proposición que se argumenta es verdadera o falsa. No basta recurrir a los argumentos verdaderos, sino que es necesario mostrar también cuál es el nexo entre las premisas, las condiciones necesarias y suficientes y la tesis o conclusión a la que se llega.

Con respecto a la habilidad argumentar proposiciones geométricas en sexto grado, en el sistema de ejercicios presentados en el libro de texto se ha tenido en cuenta que el educando tenga que:

- Identificar o realizar conceptos o relaciones (ejercicios 6 y 8 del epígrafe 3)
- Aplicar una proposición antes conocida. (ejercicio 8 del epígrafe 2)
- Aplicar un procedimiento (ejercicios 14 y 15 del epígrafe 4)
- Refutar una proposición básicamente con contraejemplos (ejercicio 31 del epígrafe 3)

Al estudiar las acciones a ejecutar por los educandos para el desarrollo de esta habilidad se evidenció que estas responden a los tipos básicos de fundamentación planteados por Müller (1957): identificación de un concepto, aplicación de una proposición, realización de un procedimiento, aplicación del contrarrecíproco de una proposición y refutación de una proposición universal mediante un contraejemplo. Lo anterior expuesto establece una relación de circularidad entre las habilidades argumentar y fundamentar.

En el análisis crítico del libro de texto se desarrolló la selección de variables de análisis, ellas son: la estructura de la unidad de geometría, la relación entre la habilidad argumentar proposiciones geométricas y las propuestas en la didáctica de la geometría, la selección de contenidos geométricos y la manera de abordar las temáticas, la cantidad de ejercicios de argumentación, el enfoque que se le da y el grado de reflexión que involucran, así como la vinculación de los contenidos geométricos con otras unidades del programa de estudio.

En relación a esto se constató que la estructura de la unidad: Geometría, parte de una temática de repaso y profundización sobre figuras y cuerpos geométricos, le sigue la de repaso y profundización de la igualdad geométrica y de los movimientos, propone un repaso y profundización sobre ángulos y de aquellos que se forman entre paralelas cortadas por una secante.

Todas estas temáticas brindan las definiciones, propiedades, teoremas y relaciones que se dan entre los objetos geométricos, los ilustran, plantean ejemplos de ejercicios y su proceso resolutorio con la adecuada interpretación de los objetos geométricos, para terminar con epígrafes de ejercicios. La selección de contenidos geométricos y la manera de abordar las

temáticas son dos aspectos que se dan desde un enfoque totalmente cognitivo, aislado del aspecto formativo y de la intención de que los educandos aprecien y valoren la geometría como una rama matemática que se materializa y surge de problemas y situaciones de la vida misma.

Las habilidades que más se trabajan son: calcular, trazar y/o construir, explicar, fundamentar, reconocer, clasificar ángulos, fundamentar, demostrar y argumentar. Se apreció que en la elaboración de los ejercicios existe relación entre la habilidad argumentar proposiciones geométricas y las propuestas en la didáctica de la geometría, aunque solo 16, de un total de 125 ejercicios de la unidad, se vinculan a situaciones de la vida práctica y estas no son muy cercanas a sus necesidades, aspiraciones, intereses personales o escolares.

En general, 24 ejercicios tributan al desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas porque las habilidades que desarrollan se interrelacionan con la habilidad objeto de estudio, con preguntas de: por qué, fundamenta que, muestra que es falsa la proposición, muestra con un ejemplo que la siguiente proposición es falsa, formula una proposición verdadera sobre y en un ejercicio aparece el enunciado: argumenta mediante un ejemplo que; sin embargo solo en seis ejercicios se da tratamiento a la determinación del valor de verdad de una proposición geométrica.

Además, el grado de reflexión que involucran estos ejercicios varía en dependencia de la posición que ocupen, o sea sí favorecen el pensamiento geométrico, pero con figuras modelo que centralizan la percepción visual del educando y le obstaculizan imaginar o representarse mentalmente que los objetos y relaciones geométricas existen más allá de esas figuras dadas.

La vinculación de los contenidos geométricos con otras unidades del programa de estudio es un indicador que escasamente se aprecia, que debe ser asumido con responsabilidad, de manera que se logre la relación entre los contenidos de las diferentes unidades de estudio y se potencie la adquisición de las habilidades geométricas. Sin olvidar que los ejercicios propuestos carecen de creatividad y de una vinculación más directa a la práctica social concreta para contribuir, como es debido, a la formación de la concepción científica del mundo por el educando.

Manual para argumentar en clases de geometría de sexto grado

En este artículo se hace una pequeña contribución a la enseñanza-aprendizaje de la geometría con la propuesta de un manual para argumentar en clases de sexto grado. En la didáctica de la Matemática, se considera que un manual es un medio de enseñanza presentado en forma de texto, con determinada cantidad de páginas, que aborda contenidos significativos para educandos y/o docentes, en el que están presentes en unidad dialéctica instrucción-educación y teoría-práctica para dar tratamiento cognitivo y/o metodológico a los contenidos matemáticos.

El manual tiene entre sus acepciones la de ser un resultado científico de una investigación educativa con determinadas características. Además de que tiene un propósito educativo, se realiza para orientar y guiar, a educandos y/o docentes, durante la realización de las actividades y posee claridad en los objetivos educativos que persigue.

Un manual es un documento en el que de manera fácil de manejar se concentra, en forma sistemática, una serie de elementos para un fin concreto: orientar y uniformar el modo de actuación que se pretende que se tenga en una actividad determinada. Tiene objetivos fijados para lograrlo, señala la secuencia lógica y ordenada de una serie de actividades, traducidas a un procedimiento determinado, indica quién los realizará, qué actividades han de desempeñarse y la justificación de todas y cada una de ellas, en forma tal que constituyen una guía para el personal que ha de realizarlas. (Yanes, 2013, p. 93)

El manual es uno de los elementos fundamentales que se confeccionan especialmente para agrupar aspectos de interés que se encuentran en bibliografía dispersa o que aún no existen y para garantizar la realización del estudio independiente del educando. Se considera un recurso conveniente para el docente al favorecer el tratamiento de determinados contenidos.

En la enseñanza de la geometría, los manuales son elementos esenciales cuando se quiere plantear un aprendizaje activo y experimental. Se emplean como un recurso provechoso para trabajar determinados contenidos. Entre los propósitos del manual están: brindar las herramientas creativas para mejorar la enseñanza de la geometría en las clases y proponer formas novedosas de apoyar el aprendizaje escolar.



El manual centra su atención en el tratamiento de temas y contenidos que, conforme a las pruebas nacionales e internacionales, presentaron y aun presentan mayores dificultades para los educandos de sexto grado en el área de la geometría. Lejos de pretender constituirlo en la respuesta única a los problemas detectados, el manual es un recurso para que los docentes amplíen sus conocimientos y conozcan otras opciones de motivación y didáctica de la geometría que le confieren carácter dinámico y desarrollador a su enseñanza, de este modo el manual contribuye a que el aprendizaje sea más asequible, ameno y significativo para el educando.

La intención no es forzar una manera de razonar, lo que sería absurdo y antipedagógico, sino crear las condiciones y guiar el pensamiento con situaciones de aprendizaje que generen experiencias facilitadoras de desarrollo de habilidades, al tiempo que le permitan al educando aplicar sus habilidades argumentativas en función de su desarrollo personal, como educando y como ente social.

En las clases de geometría es importante invitar continuamente a los educandos a que argumenten sus respuestas siempre que el ejercicio lo permita porque esto fomenta la cultura de la argumentación lógica y el desarrollo de su habilidad para comunicarse. En este sentido, se concuerda con lo planteado por Alsina (2020) en relación con la elaboración de buenas preguntas, de modo que el pensamiento geométrico de los educandos transite desde el primer nivel de concienciación hacia los superiores.

Algunas de las buenas preguntas son: preguntas abiertas que inviten a razonar o justificar, definir o relacionar el objeto de estudio con experiencias de los educandos; preguntas que partan de las aportaciones de los educandos para avanzar en el pensamiento colectivo a partir de las aportaciones individuales y preguntas que provoquen conexiones con conocimientos aprendidos con anterioridad. (Alsina, 2020, p. 6)

Se trata de que la enseñanza de la geometría se direccione hacia la reflexión y el debate ante diferentes situaciones de aprendizaje, que sea dinámica, que no se limite al modelo de enseñanza en el que el maestro explica y los educandos atienden a las explicaciones. Es necesario que los educandos tengan la oportunidad de construir conceptos, investigar relaciones y explicarlas, argumentar en todo momento. De lo contrario, se volvería al tradicionalismo en la enseñanza de la geometría escolar, donde a pesar de que los libros escolares actuales

incluyen referencias a problemas reales, no se logran vínculos significativos con los contextos de uso del conocimiento. (Espinoza *et al*, 2018)

En la presentación de cada situación de aprendizaje se presentan ejercicios en los que se aplica una secuencia de procedimientos didácticos, tal como siguen:

- 1. Observo y represento
- 2. Describo formas, posiciones y transformaciones
- 3. Experimento y planteo suposiciones
- 4. Analizo y relaciono
- 5. Aplico y explico
- 6. Descubro mis errores
- 7. Valido y argumento (Elaboración propia de las autoras)

La función del manual es ofrecer los elementos teóricos, metodológicos y prácticos que se necesitan para el desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en los educandos de sexto grado. Está estructurado en:

- Presentación
- Prólogo
- Índice
- Introducción
- Contenido
- Glosario de términos

Se sustenta en los principios para el desarrollo de las habilidades geométricas en la escuela primaria (León y Barcia, 2016), los que siguen a continuación:

- El principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos
- El principio del carácter contextual de los contenidos geométricos
- El principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza
- El principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría
- El principio del pensamiento geométrico abstracto

El manual sirve de apoyo material para la consecución de los objetivos dispuestos en una clase o una actividad. Responde a la interrelación entre los componentes personales y no personales del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es integral, objetivo, ameno y con carácter contextualizado.

En el manual se ofrecen:

- Tipos de ejercicios argumentativos que solo se aplicarán en la medida que los educandos asimilen y fijen los contenidos geométricos y que parten de la realización de experimentos, devenidos en conocimientos geométricos, a través de métodos inductivos y deductivos que permitirán determinar el valor de verdad de una proposición geométrica dada.
- Situaciones de aprendizaje con el uso del software GeoGebra para la enseñanzaaprendizaje de la geometría en el sexto grado, indicaciones específicas y actividades
 prácticas y experimentales en las que se combinan las dos vías esenciales para argumentar en clases de geometría, los procedimientos geométricos heurísticos y los antes
 expuestos, que son más específicos y le confieren carácter desarrollador y dinámico al
 desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas.

GeoGebra que es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para la educación en todos sus niveles. Es un programa gratis y de muy fácil aprendizaje. Su característica más importante es la doble percepción de los objetos desde una representación gráfica y otra algebraica, da lugar a una dualidad permanente entre los símbolos algebraicos y las figuras geométricas. Con GeoGebra se pueden trabajar todos los conceptos de geometría plana desde los más básicos como puntos, rectas, segmentos hasta las transformaciones isométricas: reflexiones, giros y simetrías. Existe también una configuración en tres dimensiones para trabajar la geometría espacial.

Algunas de las acciones propuestas para el docente dirigidas a desarrollar la habilidad argumentar proposiciones geométricas son:

- Motivar a los educandos, a partir de eventos de su vida escolar, personal y familiar, hacia el estudio de la geometría.
- Proponer proposiciones sobre teoremas y propiedades para determinar el valor de verdad

y argumentarlo.

- Sugerir que reformulen y determinen recíprocos.
- Emplear la analogía como núcleo de enlace entre el pensamiento inductivo y el deductivo.
- Propiciar la variación de condiciones y el debate de las vías.
- Propiciar que los educandos se autocorrijan, pedir opiniones para el análisis de los errores y hacer sugerencias.
- Proponer situaciones problémicas relacionadas con el entorno de los educandos para que se utilicen los teoremas estudiados en su solución.
- Proponer situaciones que requieren de análisis y relaciones de analogías.
- Facilitar siempre que sea posible la representación visual o gráfica de su pensamiento en el acto de resolución de un ejercicio geométrico.
- Solicitar situaciones de la vida práctica relacionadas con teoremas estudiados para ser resueltas en las clases.
- Proponer que se elaboren tablas, esquemas, resúmenes, ejercicios y problemas, busquen otras formulaciones y ordenen los teoremas estudiados para su fijación.
- Proponer el uso de software de geometría dinámica de fácil acceso para los educandos (GeoGebra, versión 5.0), lo que propiciará mayor nivel de motivación e interés por la geometría y sus aplicaciones.

Por su parte, los educandos realizan acciones como:

- Determinar y argumentar el valor de verdad de proposiciones.
- Establecer analogías.
- Analizar premisas y tesis.
- Contraponer teoremas.
- Utilizar inferencias, propiedades, axiomas y teoremas.
- Formular recíprocos.
- Proponer situaciones de la vida práctica relacionadas con el concepto para darle solución en las clases.
- Transformar o modificar proposiciones para la búsqueda de otras formulaciones.

- Esquematizar y ordenar los teoremas estudiados.
- Emplear software de geometría dinámica de fácil acceso (GeoGebra, versión 5.0 portable) en la solución de ejercicios de construcción y argumentación geométrica.

En los Talleres de Socialización con Especialistas, se realizó la siguiente valoración sobre el manual:

- Novedoso y pertinente para el desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas porque permite:
- El aprendizaje significativo de los contenidos geométricos y el desarrollo de la habilidad argumentar de manera dinámica y desarrolladora.
- La aplicación de procedimientos geométricos propuestos y su concreción en la práctica pedagógica para dar respuesta a las exigencias del Modelo de Escuela Primaria (Rico, Santos y Martín-Viaña, 2008) y del Tercer Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación (ICCP, 2016).
- Eleva los niveles de interés, motivación y satisfacción de los educandos en la medida que garantiza la adquisición amena y asequible de los conocimientos.
- Los procedimientos y las actitudes son novedades positivas del manual, los mismos fueron aceptados por educandos y docentes. Esto exige que se tengan en cuenta y se valoren en su justa medida.
- Estructurado y diseñado de manera adecuada.
- El objetivo del manual transforma el problema científico y da respuesta al objetivo de la investigación.
- Responde a las exigencias del nivel educativo actual.
- Aplicable a todos los contenidos de la geometría euclidiana que se proponen en el currículo geométrico.
- Alta posibilidad de aplicación siempre que se cuente con el software GeoGebra que se sugiere.

Conclusiones

El estudio teórico del desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en los educandos de sexto grado, a lo largo de la historia y en el contexto en que se desarrolla esta investigación permitió determinar como una tendencia actual para el tratamiento de este contenido, los enfoques desarrollador y dinámico, que tienen su base en la integración de lo educativo, lo instructivo y lo formativo, así como en el empleo de software de geometría dinámica.

El manual, como resultado científico-pedagógico, potenció el desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en los educandos de sexto grado. Al articular lo teórico-metodológico y lo instrumental, con el manual se contribuye a perfeccionar la actividad del docente y una transformación educativa de los educandos en el proceso de desarrollo de la habilidad, así como un alto grado de aceptación de los procedimientos, los contenidos geométricos estudiados y los tipos de ejercicios elaborados. Los Talleres de Socialización con Especialistas, utilizados para la valoración de la viabilidad del manual propuesto, permitieron enriquecerlo y proponer su puesta en práctica en las instituciones educativas del nivel educativo primario.

Referencias bibliográficas

- Alsina, A. (2020) Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las Matemáticas a través de los procesos. Revista Científica Saber & Educar, 28, http://dx.doi.org/10.17346/se.vol0.374
- Barrantes, M. & Barrantes, M. C. (2020). Geometría. ¡Prohibido no tocar! Manual para profesores de Primaria. http://www.unex.es/publicaciones
- Benoit, C. B. (2021). Argumentar y consensuar: dos habilidades fundamentales para la toma de decisiones en el aula. Revista Universidad y Sociedad, 13(3), 9-20. http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v13n3/2218-3620-rus-13-03-9.pdf
- Berciano, A., Jiménez, C. & Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. *Revista de Investigación en Educación Matemática*, XXI, 147-156. Zaragoza: SEIEM.

- Cervantes, J. & Cabañas, G. (2018) Argumentos formales y visuales en clase de geometría a nivel primaria. Revista de Educación Matemática, 30(1), 23-37. https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n1/1665-5826-ed-30-01-163.pdf
- Cornejo, C. E., Goizueta, M. & Alsina, Á. (2021). La situación argumentativa: un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil. PNA, 15(3), 159-185. https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/
- Espinoza, L.; Vergara, A. & Valenzuela, D. (2018) Geometría en la práctica cotidiana: la medición de distancias inaccesibles en una obra del siglo XVI. RELIME, 21(3), 247-270. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33557150004
- Fabres, R. (2016) Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de tercer ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atingente a los contenidos. *Estudios Pedagógicos* (Valdivia), 42(1), 87-105. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000100006
- Herrera, M. & Fabá, M. B. (2021). El desarrollo de la argumentación geométrica en alumnos de segundo ciclo de la escuela primaria. [Ponencia Congreso Internacional Pedagogía], La Habana, Cuba.
- Hoffer, A. (1990). Desarrollo de las habilidades específicas en la enseñanza de la geometría de la Educación Básica. http://educageometria.blogspot.com/p/desarrollo-de-las-habilidades.html
- ICCP (2016). Documentos para el Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación. https://www.mined.gob.cutagtercer-perfeccionamiento-del-sistema-nacional-de-educacion.
- Lee, T. N. (2018). Argumentative activities: A pedagogical tool to help Grade 5 students classify geometric shapes by their properties. [XIII International Congress of Mathematics Education. Alemania.]
- León, J. L. & Barcia, R. (2016). Didáctica de la geometría para la escuela primaria. Cuba: Ed. Universo Sur.

- León, J. L. & Gil, J. L. (2018). Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas en el primer ciclo de la educación primaria. Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas, 1(3), 33-37. http://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA
- Maturana, H. F. & Curbeira, D. (2018). La formación de habilidades espaciales desde la matemática en los estudiantes de cuarto y quinto de básica primaria. *Conrado*, 14(1), 267-274. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990864420180005 00267&lng=es&tlng=es
- Nur, J. N. & Dwi, J. R. (2018) Students' Argumentation for Solving Geometry in Junior High School. Mathematics, Informatics, Science, and Education International Conference. Atlantis Press, 157, 168-161. https://www.atlantis-press.com
- PISA (2021). Marco conceptual de Matemática. PISA for Schools. España. OCDE pisabased-testforschools@oecd.org
- Riascos, Y. & Curbeira, D. (2018) Acciones y operaciones para la formación de conceptos de la geometría plana. *Conrado*, 14(65), 360-366.
- Ricardo, O. & Garcés, F. A. (2020) Enseñar geometría desde la contextualización del entorno escolar y familiar, *Revista Atlante*: Cuadernos de Educación y Desarrollo (febrero 2020). https://www.eumed.net/rev/atlante/2020/02/ensenar-geometria-entorno.html
- Rico, P.; Santos, E. M. & Martín-Viaña, V. (2008). Exigencias del Modelo de Escuela Primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.
- Rumsey, C. & Langrall, C. W. (2016). Promoting Mathematical Argumentation. Teaching Children Mathematics, 22(1), 413-419. https://www.nctm.orgissue7
- Sánchez, M. I. (2021) Desarrollo de habilidades argumentativas en estudiantes de cuarto básico: un estudio de caso. Revista Realidad Educativa, 1(1), 125-148. https://doi10.38 123/rre.v1i1.59
- Toulmin, S. (2003). The uses of argument. New York: Cambridge University Press. https:

//doi.org/10.1017/CBO9780511840005

- Van Hiele, P. M. (1957). El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Universidad Real de Utrecht. http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf
- Yanes, B. I., (2013) Sistematización de los resultados científicos de las tesis de maestrías de la Educación Preescolar en Ciego de Ávila. [tesis de doctorado Universidad de Ciego de Ávila, Cuba.]