



Proceder metodológico para el desarrollo del pensamiento lógico

Methodological proceeding for development of logical thinking

Yaquelin Morales-Molina

✉ yaquelin@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0002-4298-1033>

Usel Consuegra-Hernández

✉ usel@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0002-4249-2854>

Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba.

Resumen

Formar en los profesionales de la carrera Licenciatura en Educación Matemática el pensamiento lógico a partir de la habilidad demostrar, resulta una necesidad actual; es por ello que el presente artículo tiene como objetivo: ofrecer un proceder metodológico para la formación del pensamiento lógico coligado a sus formas lógicas que estimule una actividad intelectual sistemática en los estudiantes, motivándole hacia el desarrollo del aprendizaje; al exponer la manera en que el profesor debe actuar para que lo que enseña llegue a constituir parte del conocimiento del estudiante. Al implementar el proceder metodológico se ofrecieron criterios favorables acerca de su calidad y en su ejecución se obtuvieron resultados a favor de su validez. Se utilizan métodos como la observación, el análisis documental y la prueba pedagógica. Este artículo presenta el proceder metodológico como resultado parcial del tema aprobado y admitido por el programa doctoral de la Universidad de Ciego de Ávila.

Palabras clave: conceptos, juicios, pensamiento lógico, razonamientos

Abstract

Train professionals in the Bachelor of Education career Mathematics logical thinking from the ability to show, is a current need; That is why this article aims to: offer a methodological procedure for the formation of logical thinking linked to its logical forms that stimulates a systematic intellectual activity in students, motivating them towards the development of learning; by exposing the way in which the teacher must act so that what he teaches

becomes part of the student's knowledge. When implementing the methodological procedure, favorable

criteria were offered about its quality and results in favor of its validity were obtained in its execution. Methods such as observation, documentary analysis and pedagogical test are used. This article presents the methodological procedure as a partial result of the topic approved and admitted by the Doctoral Program of the University of Ciego de Ávila.

Keywords: concepts, judgments, logical thinking, reasoning

Introducción

La contribución que hace la enseñanza de la Matemática al desarrollo del pensamiento en general se refleja en la realización de los modos lógicos: análisis y síntesis, comparación y clasificación, generalización y concreción, abstracción y particularización, las cuales están presentes en todos los problemas típicos de la Enseñanza de la Matemática (Ballester, 1992).

Pero el trabajo para desarrollar el pensamiento lógico debe ir más allá de lo que exige la enseñanza de la Matemática. Los profesores deben tener sólidos conocimientos sobre los problemas típicos de la Matemática, su estructura lógica, su relación con las formas lógicas del pensamiento, las habilidades lógicas asociadas a cada una de ellas y estar convencidos de que la tarea a desarrollar necesita horas de dedicación.

La enseñanza de la Matemática debe contribuir al desarrollo del pensamiento lógico estimulando los procesos lógicos, por lo que se sugiere:

- Aprender a trabajar con notaciones y ser flexibles en esa tarea
- Realizar una adecuada variación de condiciones en la solución de problemas
- Sin ofrecer aspectos teóricos de la lógica, utilizar de forma correcta las proposiciones compuestas clásicas donde se le dé un sentido común y práctico
- Trabajar en el desarrollo lógico lingüístico, es decir, utilizar las proposiciones compuestas en la lengua materna y en el vocabulario técnico de la Matemática.

Piaget (1980), afirma que el pensamiento lógico no es congénito, se puede y se debe desarrollar de diferentes modos. El estudio sistemático de la lógica es una de las vías más eficientes de

desarrollo del pensamiento lógico.

La Geometría es una de las ramas de la Matemática que mayores aportes hace al razonamiento lógico de los estudiantes, no solo por el sistema de conocimiento que tiene implícito, sino por los métodos y vías de solución de sus problemas.

En el contenido de la disciplina Geometría de la carrera Educación. Matemática se manifiestan potencialidades para el desarrollo del pensamiento lógico y la actividad creadora de los estudiantes, por el carácter integrador y desarrollador de conocimientos, habilidades, hábitos y valores. Según la experiencia de los autores y la consulta a otros especialistas todavía no se alcanzan los resultados necesarios y posibles en el aprovechamiento de estas potencialidades.

De manera particular se ha identificado la existencia de insuficiencias en la formación del pensamiento lógico desde la habilidad demostrar en el proceso de enseñanza– aprendizaje de la Geometría, porque no se identifican y aplican suficientemente las relaciones entre el proceso de demostración y los demás procedimientos lógicos asociados a las formas del pensamiento lógico: conceptos, juicios y razonamientos. En los sistemas de ejercicios no se identifican las estructuras conceptuales que están implícitas en la proposición a demostrar.

Luego de un análisis realizado atendiendo a la manera en que se presentan las insuficiencias, entre las posibles causas que provocan esta situación en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría se identifican:

- Insuficiencias en el trabajo con los conceptos, juicios y razonamientos como formas del pensamiento lógico en sus relaciones con la conceptualización de la habilidad demostrar.
- El proceder que aparece en los libros de Didáctica de la Matemática no está sustentado en la precisión de las relaciones anteriores para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Varios autores han trabajado el desarrollo del pensamiento lógico como: *Metodología para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde la demostración por inducción completa* (Caraballo. 2019); *Didáctica y desarrollo del pensamiento lógico matemático. Un abordaje hermenéutico desde el escenario de la educación inicial* (Lugo, 2019); *Falacias que atentan contra el desarrollo del pensamiento lógico matemático* (Yero, 2018); *El desarrollo del pensa-*

miento lógico a partir de la resolución de problemas de geometría plana (Monteagudo, 2020); *La Habilidad Fundamental, una estrategia didáctico-pedagógica para su desarrollo* (Gómez, 2000); *La Demostración en Geometría desde una Perspectiva Didáctica* (Iglesias, M. 2020); *Demostraciones geométricas, Euclídeas y no Euclídeas, mediadas por software dinámico y evaluado bajo el modelo de Van Hiele en el proceso de nivelación emblemática.* (Tlapanco, 2020). Todas estas investigaciones están relacionadas con el tema que se aborda en este trabajo y permiten identificar la existencia de dificultades en el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes que se revelan en su desempeño en ejercicios y problemas de demostración en todos los niveles de enseñanza incluyendo la Educación Superior.

Sobre esta base el presente trabajo tiene como objetivo ofrecer un proceder metodológico para la formación del pensamiento lógico coligado a sus formas lógicas que estimule una actividad intelectual sistemática en los estudiantes, motivándole hacia el desarrollo del aprendizaje.

Desarrollo

En el contenido de la disciplina Geometría se revelan situaciones importantes que garantizan a través de la resolución de ejercicios de demostración el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de la carrera Educación. Matemática y se manifiestan potencialidades para el desarrollo del pensamiento lógico relacionado con las habilidades necesarias en la adquisición de conocimientos. El sistema de conocimientos esenciales que el alumno debe adquirir en la escuela no es suficiente, si no está integrado al trabajo por un sistema de habilidades que garantice la adquisición sólida, la aplicación consciente, reflexiva y creadora de estos conocimientos.

De manera particular el caso de habilidades matemáticas como demostrar constituye una importante vía para desarrollar la capacidad de aplicar lo aprendido; contribuye de manera significativa al adiestramiento lógico – lingüístico y brinda la posibilidad de transmitir importantes nociones ideológicas y de la teoría del conocimiento, así como a formar determinados valores y formas de conducta.

En el estudio de investigaciones sobre el desarrollo de la habilidad demostrar, como son los casos de (Artigue, 2004; Homero, 2007; Brito, 2016; Lafaid, 2018; Machado, 2019; Iglesias, 2020; Macías, Barrantes, 2021; Quero, 2022) se ofrecen métodos, estrategias y consideraciones

metodológicas para el trabajo con las demostraciones, pero se pudo comprobar en evaluaciones realizadas a los estudiantes que presentan dificultades para comprender, reproducir y generar demostraciones geométricas, confundiendo acciones como demostrar y verificar, considerando que cuando se le pide una prueba asume que la misma consiste en la exhibición de algunos casos particulares sin un criterio formado al hacerlo. Los estudiantes, en muchos casos, cuando le es requerida una prueba que el docente ya expuso en clase, vuelven a recurrir a la verificación ignorando lo expuesto. Por otro lado, están aquellos que repiten lo que el docente realizó, pero de modo mecánico y sin comprensión lo cual significa que no realiza un proceso de razonamiento, sino que trata de efectuar demostraciones desde la memoria repetitiva facilitando así el aprendizaje instintivo sin desarrollar su pensamiento.

El desarrollo del pensamiento en Matemática se trabaja a partir de demostraciones que son un **argumento** deductivo para asegurar la verdad de una **proposición matemática**. En la argumentación se pueden usar otras afirmaciones previamente establecidas, tales como **teoremas** o bien las afirmaciones iniciales o axiomas. Las demostraciones son ejemplos de **razonamiento deductivo** y se distinguen de argumentos **inductivos** o **empíricos**; una demostración debe demostrar que una afirmación es siempre verdadera (ocasionalmente al listar todos los casos posibles y mostrar que es válida en cada uno), más que enumerar muchos casos confirmatorios. Una afirmación no probada que se cree verdadera se conoce como **conjetura**.

Una demostración se escribe en lenguaje natural, siendo esta un argumento riguroso con propósito de convencer a la audiencia de la veracidad de una afirmación o **definición**. El rigor estándar no es absoluto y ha variado a través de la historia. Una demostración puede ser presentada en formas diferentes dependiendo de la audiencia esperada. En orden de ganar aceptación, una demostración tiene que cumplir parámetros comunes de rigor; un argumento considerado vago o incompleto ha de ser rechazado.

Aunque en general no existe un procedimiento único de demostración de tesis, si existen diferentes tipos de demostraciones que son utilizados comúnmente en Matemática y que aparecen expuestos en los libros de Metodología de la enseñanza de la Matemática:

- Demostración directa.
- Demostración por Principio de inducción matemática.

- Demostración por contraposición.
- [Demostración por contradicción.](#)
- Demostración constructiva o por construcción.
- Demostración visual.

Teniendo en cuenta, todo lo antes explicado sobre la habilidad demostrar se puede inferir que es una categoría que trasciende las fronteras de la Matemática como asignatura, al constituirse la Lógica Matemática prácticamente en una disciplina de esta y poner las demostraciones en lugar preferencial de su estudio, determina que a la enseñanza de la Matemática se le asigne un papel director en el desarrollo de dicha capacidad. Por ello, no es posible desatender el trabajo en el campo de las demostraciones.

En evaluaciones realizadas a una muestra de 15 estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación. Matemática que se desarrollan en la Universidad de Ciego de Ávila, en el curso 2018-2019 ninguno es evaluado de excelente y bien, 11 que representa 73,33 % se encuentran desaprobados y cuatro estudiantes que representa 26,66 % se encuentran aprobados.

Además, se pudo comprobar que ocho estudiantes presentaron problemas con analizar y precisar el ejercicio de demostración. A las habilidades asociadas a los conceptos geométricos cuatro estudiantes presentaron problemas. En cuanto a la búsqueda de la idea de la demostración 10 estudiantes tuvieron dificultades y 14 estudiantes no realizan adecuados razonamientos. En cuanto al aprendizaje, que alcanzan al realizar ejercicios de demostración en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Geometría, 10 estudiantes mostraron dificultad.

Este bajo nivel de desarrollo de la habilidad demostrar se observa dentro del proceso Enseñanza- aprendizaje, tanto en las demostraciones que se orientan para realizarse a través del trabajo independiente y las que deben hacerse mediante la participación de los alumnos en las clases, como las que aparecen para ejecutarse en los diferentes ejercicios evaluativos.

En ocasiones los alumnos dominan los conocimientos específicos que requieren, pero no saben cómo enlazarlos. Por eso, es importante que el docente los ayude a que tengan una percepción global de la vía de solución a emplear, y de los diferentes pasos que se deben dar para lograr el objetivo.

Las demostraciones en Geometría generalmente tienen varias vías de solución, por lo que propicia el análisis de las más racionales. La selección adecuada de los ejercicios de demostración es un elemento esencial para lograr que el aprendizaje estimule una actividad intelectual sistemática en los estudiantes, pero no siempre existen en la bibliografía disponible no están los necesarios o no son suficientes, esto hace que se necesite reelaborar algunos de los ya existentes o elaborar otros.

En este sentido, hay que tener en cuenta que la complejidad de los ejercicios de demostración debe estar en correspondencia con el nivel real de desarrollo de los estudiantes, a la vez que estos deben ser un medio para propiciarlo, por lo que su selección o elaboración constituye una labor creadora del profesor.

Luego saber determinar la vía de solución de la demostración con seguridad y eficacia no es tarea fácil, se requiere haber obtenido un amplio dominio del contenido, dígase conocimientos, habilidades y capacidades, expresada en el grado de intuición, flexibilidad y logicidad del pensamiento que permita tener un buen nivel de desarrollo de la creatividad, por ello trabajar la formación del pensamiento lógico en los estudiantes desde la habilidad demostrar en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría resulta un aspecto importante para solucionar los problemas existentes.

En consecuencia con lo anterior se muestra un proceder metodológico para favorecer el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de la carrera Educación. Matemática a partir de la habilidad demostrar de manera que estimule una actividad intelectual sistemática en los estudiantes, motivándole hacia el desarrollo del aprendizaje de la Matemática.

1. Realizar un diagnóstico donde se incluyan actividades prácticas o mentales que activen el pensamiento de los estudiantes.
2. Clasificar el ejercicio de demostración en:

2.1 Demostraciones formales para fijar conceptos, relaciones y procedimientos de solución.

2.2 Demostraciones directas donde se plantea una proposición, en la forma si p entonces q , donde p se denomina hipótesis (condición suficiente) y q , se llama tesis o conclusión (condición necesaria), priorizando los de la escuela media.

2.3 Demostraciones por contradicción. En la [demostración por contradicción](#) que significa ‘por reducción al absurdo’ (en latín), se muestra que si cierta afirmación es verdadera, ocurre una contradicción lógica, por tanto esa afirmación es falsa, priorizando los de la escuela media.

3. Realizar un análisis del ejercicio de demostración a realizar que transite de lo general a lo particular.
4. Formular ejercicios de demostración de un contenido específico de la Geometría por niveles de profundidad.

4.1 Las situaciones dadas en el enunciado de los ejercicios descubre la vía de solución y revela la aplicación de un proceder particular (ejercicios formales).

4.2 Las situaciones dadas de los ejercicios descubren la vía de solución y revela la aplicación de un procedimiento general.

4.3 Las situaciones dadas en los ejercicios no descubren la vía de solución. Puede ser un problema de la Matemática o de aplicación a la vida cotidiana.

Ejemplos de ejercicios que se sugieren incluir en las clases de Geometría para implementar el proceder metodológico:

1. Demuestre que el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado e igual a su mitad.
2. Demuestre que el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos de un trapecio es paralelo a la base.
3. Prueba que los puntos medios de los lados de un paralelogramo determinan un paralelogramo.
4. Demuestre que el segmento que une los puntos medios de las diagonales de un trapecio es paralelo a las bases.
5. Demuestre que las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente.
6. Demuestre que en un paralelogramo las diagonales se cortan en su punto medio.
7. Demuestre que si se unen los puntos medios de los lados de un rombo se forma un rectángulo.

Trabajar con estos tipos de ejercicios en la asignatura Geometría favorece el desarrollo del pensamiento lógico, posibilitando el trabajo con los que aún presentan dificultades en ello y también con los más aventajados, al aplicar procedimientos más complejos para profundizar en el estudio de la Geometría.

El procedimiento metodológico se ha implementado en el curso 2019-2020 y se ha trabajado con el mismo grupo de 15 estudiantes, a los que se les aplicó la primera evaluación, donde 12 realizan independientemente los ejercicios propuestos y solo tres de ellos plantean la necesidad de contar siempre con las explicaciones del profesor.

Desde el punto de vista cualitativo se lograron las siguientes transformaciones en la formación del pensamiento lógico en los estudiantes de la carrera Educación.Matemática:

1. Mayor precisión y análisis del ejercicio de demostración.
2. Fijación de las habilidades asociadas a los conceptos geométricos.
3. Trabajo con los razonamientos como una de las formas de desarrollo del pensamiento lógico.
4. Avance en los niveles de aprendizaje, que alcanzan al realizar ejercicios de demostración en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Geometría.
5. Organización en la solución de los ejercicios, lo que permite la comprensión y lógica del pensamiento.
6. Amplio uso de la terminología y el lenguaje matemático al explicar la vía de solución de los ejercicios.
7. El aprendizaje fue más significativo y duradero.
8. Ayuda al profesor para poder determinar la evaluación del nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes.

Conclusiones

Los aspectos teóricos, metodológicos y prácticos considerados permitieron concretar el procedimiento metodológico aplicado y de esta forma desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes. Se ha constatado la factibilidad de la aplicación del procedimiento metodológico en las clases de Geometría y en ellas se ha revelado que es esencial para lograr los objetivos

de la disciplina, porque permiten el desarrollo de la habilidad demostrar de manera que estimule una actividad intelectual sistemática en los estudiantes, motivándole hacia el desarrollo del aprendizaje de la Matemática.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16(3), 5-28. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516302>
- Ballester, S. (1992). Metodología de la enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación, tomo 1, La Habana.
- Barrantes, C. (2021). Las demostraciones dinámicas del teorema de Pitágoras. *Educación Matemática*, 36(1), 27 – 42.
- Brito, D. (2016). Matemática como ciencia del saber. Saber. *Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente*, 28(1). <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=427746276001>
- Caraballo, C. (2019). Metodología para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde la demostración por inducción completa. *Revista Mendive*, 17 (3).
- Homero, Á. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, 19 (1), 63-98. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40519104>
- Iglesias. (2020). La Demostración en Geometría desde una Perspectiva Didáctica. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 15(55).
- Lafaid, E. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi Revista de investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 33-61.
- Lugo, J. (2019). Didáctica y desarrollo del pensamiento lógico matemático. Un abordaje hermenéutico desde el escenario de la educación inicial. *Revista logos ciencia y tecnología*, ISSN 2145-549X, 11(3).

- Machado, A. (2019). Requerimientos metodológicos para la aplicación integrada de las habilidades matemáticas generalizadas en el contenido trabajo con variable. Ed. Pueblo y Educación.
- Macías Lima, Asnaldo, Rodríguez Oropesa, Yanet, Herrera Capote, Maireby, González Toledo, Eduardo, & Mesa Cuba, Dayneisi. (2021). La preparación de los estudiantes en la asignatura Matemática: una estrategia didáctica necesaria. *Conrado*, 17(79), 242-251. Epub 02 de abril de 2021. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442021000200242&lng=es&tlng=es
- Monteagudo, Y. (2020). El desarrollo del pensamiento lógico a partir de la resolución de problemas de geometría plana *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*.
- Piaget, J. (1980). Teoría del desarrollo cognitivo. España. Morata.
- Quero, O. (2022) Aprendizaje de un programa heurístico para la transferencia entre representaciones de objetos de la Geometría Analítica. Roca. Revista científico –educacional de la provincia Granma. 18 (1) ,2074-0735.
- Tlapanco, J. (2020). Demostraciones geométricas, Euclídeas y no Euclídeas, mediadas por software dinámico y evaluado bajo el modelo de Van Hiele en el proceso de nivelación emblemática. [Repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/22415](https://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/22415).
- Yero, L. (2018) Falacias que atentan contra el desarrollo del pensamiento lógico matemático. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, ISSN-e 2224-2643, 9(4).