



## Demostraciones geométricas con ayuda del GeoGebra

## Geometric demonstrations with the help of GeoGebra

Flora Orly Espinosa-Jiménez

[floraej@unica.cu](mailto:floraej@unica.cu)

<https://orcid.org/0000-0001-8640-605X>

Carmen Rosa Alvarado-Romero

[carmenar@unica.cu](mailto:carmenar@unica.cu)

<https://orcid.org/0000-0001-5425-803X>

Yaquelin Morales-Molina

[yaquelin@unica.cu](mailto:yaquelin@unica.cu)

<https://orcid.org/0000-0002-4298-1033>

Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez., Cuba.

### Resumen

En el trabajo metodológico de la disciplina Geometría se identificó la necesidad de incorporar los softwares dinámicos para actualizar las clases. A partir del análisis de la bibliografía sobre el tema y la revisión de los documentos normativos de la disciplina y la experiencia de las autoras, se considera al GeoGebra una excelente opción para mejorar el razonamiento en la Geometría, por sus potencialidades didácticas en el estudio de las demostraciones geométricas. Se propone como objetivo elaborar un procedimiento metodológico, para realizar demostraciones geométricas con apoyo del software GeoGebra y así proporcionarle al profesor en formación, una manera actualizada de aprender este contenido y preparación para que en el ejercicio de su profesión apliquen nuevas formas de enseñanza de la Geometría. El procedimiento ayuda a los estudiantes a buscar ideas de la demostración de una proposición de forma independiente, que luego debe formularse analíticamente.

**Palabras claves:** demostraciones geométricas, Geometría, GeoGebra, procedimiento metodológico

313

*Artículo de investigación proveniente de la actividad científico-metodológica*

*Recibido: 15/12/24*

*Aprobado: 25/12/24*

*Publicado: 22/01/25*

*Espinosa-Jiménez, F. O., Alvarado-Romero, C. R. y Morales-Molina, Y. (2025). Demostraciones geométricas con ayuda del GeoGebra. Educación y sociedad, 23 (No. Especial), 313-332.*



## **Abstract**

In the methodological work of the Geometry discipline, the need to incorporate dynamic software for its teaching was identified as a requirement to update the classes. From the analysis of the bibliography related to the subject and the review of the normative documents of the discipline and the experience of the authors, GeoGebra is considered an excellent option to improve the reasoning activity in Geometry, due to its didactic potential and use it in the study of geometric proofs. As a result, a methodological procedure was obtained for the treatment of this content in the Mathematics career, which includes actions and procedures to be carried out with the GeoGebra tools, to help students find ideas for the demonstration of a proposition independently, which then it must be formulated analytically, as it is exemplified in the work. This is considered an updated way of teaching the subject to the teacher in training, so that in the future he can apply it in the exercise of his profession.

**Keywords:** Geometry; GeoGebra; geometric proofs; methodological procedure.

## **Introducción**

Es reconocido por muchos estudiosos de la ciencia Matemática la importancia del estudio de la Geometría. Báez e Iglesias (2007) apuntan que es uno de los pilares de formación académica y cultural del hombre y también un soporte estratégico en la formación profesional en cualquier campo, dada su aplicación en diversos contextos y escenarios, así como el rol que puede jugar en el fortalecimiento del razonamiento lógico.

También se reconoce las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de sus problemas, en particular donde haya que demostrar la veracidad de alguna proposición. En la actualidad se puede mejorar este resultado enseñando de forma diferente, incorporando a la docencia los Software Geométricos Dinámicos de probada efectividad en su utilización.



En tal sentido Agudo (2013) destaca en su tesis de maestría, que en la vida real las figuras se mueven, desplazan, se producen cambios y es por ello tan importante fomentar el aprendizaje de la geometría dinámica en los centros educacionales, porque si no estaríamos dejando de enseñar muchos contenidos de gran importancia, sobre todo para futuros ingenieros, arquitectos e informáticos o enseñándolos de una manera estática, que más que fomentar la correcta comprensión del concepto la dificulta.

Uno de los softwares matemáticos dinámicos diseñado para todos los niveles educativos es el GeoGebra que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar, para muchos especialistas considerado como uno de los mejores y de mayor actualidad. En el ámbito de la geometría ofrece la visualización y representación de construcciones geométricas en 2D y 3D, que generan una realidad más cercana sobre lo que se desea plasmar en dicha imagen, en general permite poder plantear ejercicios dinámicos en el aula y conseguir que los alumnos puedan adquirir los conocimientos de manera visual.

Del GeoGebra, Sandoval (2009) observa que el carácter dinámico de la aplicación permite explorar las variaciones de un problema y sacar conclusiones teóricas sobre el comportamiento de los elementos geométricos y sus propiedades, así como realizar conjeturas y comprobar de manera sencilla su validez.

Carrillo (2019) corrobora esta idea al considerar que la construcción de las figuras que los alumnos han de trabajar, los ayudará a recurrir a propiedades que deben tener en cuenta al momento de argumentar porque construir con GeoGebra es establecer relaciones geométricas entre los objetos que intervienen, que se mantendrán al modificar las condiciones iniciales. Además, a partir de la experimentación se obtienen resultados, de los que deberán analizar su verdad o falsedad.



Se aprecia que el uso del GeoGebra en el aprendizaje de la geometría le facilita al estudiante identificar y entender con mayor claridad los conceptos ligados a las figuras, además de permitir la formulación y comprobación de conjeturas y crear ambientes favorables para la formulación y solución de problemas.

La enseñanza de la geometría escolar desde esta perspectiva dinámica presupone un replanteamiento de la docencia, que necesita de preparación del docente para actualizar su forma de enseñar, que significa modernizar sus clases y hacerlas más motivantes con una presencia cada vez más frecuente de software de geometría dinámica como el GeoGebra en las aulas. En este campo se avanzado en los últimos años, pero no lo suficiente.

Además, se ha constatado en la práctica educativa, insuficientes actividades que permita enseñar geometría con GeoGebra, una de las causas según los resultados de encuestas realizadas a los profesores, es el poco conocimiento que poseen de las opciones didácticas que brinda el software y la falta de habilidades en el manejo del mismo. Esto es reconocido también por Hernández y Acosta (2018) cuando plantean:

En la práctica escolar pueden encontrarse múltiples dificultades, entre otras: centros escolares donde no se conoce la existencia y utilización de alguno de éstos, docentes con conocimientos muy escasos del software y, docentes que dominan en alguna medida el software, pero con pésima utilización didáctica. (p. 227)

Se propone como objetivo elaborar un procedimiento metodológico, para realizar demostraciones geométricas con apoyo del software GeoGebra y así proporcionarle al profesor en formación, una manera actualizada de aprender este contenido y preparación para que en el ejercicio de su profesión apliquen nuevas formas de enseñanza de la Geometría. El procedimiento se obtuvo como resultado del estudio realizado y de la puesta en práctica en actividades metodológicas en el



colectivo de Geometría de la carrera Licenciatura Matemática en la universidad de Ciego de Ávila,

## **Desarrollo**

El modelo del profesional de la carrera Licenciatura en Educación Matemática del Plan de Estudio E, en Cuba, tiene como uno de los objetivos generales el siguiente.

Fundamentar desde las ciencias de la educación y los contenidos de las disciplinas propias de la carrera, alternativas de solución a los problemas profesionales sustentados en la apropiación de conocimientos, habilidades, valores, la logicidad del pensamiento, el enfoque interdisciplinario, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. (MES, 2016, p.10)

El de la disciplina Geometría de la carrera mencionada anteriormente, especifica utilizar el software GeoGebra en las clases y lo recomienda para la construcción de los contenidos de una manera más motivante, el redescubrimiento de los contenidos escolares y para la representación y análisis de las características de diferentes figuras (Cisnero, 2016).

Estas directrices planteadas es el punto de partida para fundamentar la realización de trabajos metodológicos que involucren las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en particular de la Geometría. En las fuentes consultadas se obtienen varios fundamentos.

Duval (como se citó en Díaz, Rodríguez y Lingán, 2018) considera que el aprendizaje de la geometría involucra, como mínimo, realizar tres actividades cognitivas: la construcción, que alude al diseño de configuraciones mediado por instrumentos geométricos; el razonamiento, vinculado con los procesos discursivos y de argumentación; y la visualización, que se enfoca en las representaciones espaciales.



Jones (2002) va a un mayor nivel de desagregación al identificar las habilidades que la geometría contribuye a desarrollar en los estudiantes: visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración.

Estos autores hacen referencia a las habilidades que deben desarrollarse con el estudio de la Geometría, pero para ganar en claridad se necesita diferenciar claramente los significados de algunos términos relacionados. La autora comparte el criterio de Crespo (2005) expresado como resultado de una amplia revisión en su trabajo de tesis, en el cual llega a la siguiente caracterización:

- Una demostración es una prueba lógicamente concluyente que nos hace saber que algo es o no es.
- Una argumentación es una interacción lingüística compleja capaz de cumplir, entre otras funciones, la de dar cuenta y razón de algo ante alguien en un marco de discurso.
- Una prueba está formada por argumentos que en general parten de ciertos conocimientos o presunciones de conocimiento para concluir en otro conocimiento.
- Una deducción concluyente es una acción discursiva que supone la mediación de una relación lógica de consecuencia. (p. 30)

Varios investigadores cubanos del tema precisan que demostrar proposiciones matemáticas es una Habilidad Matemática Generalizada, así la consideran Arnaiz y García (2014), haciendo la siguiente precisión.

Consiste ante todo en enmarcar una situación dada en un concepto matemático, es decir, constatar que esa situación dada cumple o no con las características esenciales de un concepto. Ello se logra a través de una cadena finita de inferencias lógicas, aplicando los



conceptos y teoremas ya estudiados. Cuando se utiliza sólo una inferencia lógica estamos en presencia de una fundamentación. (p.11)

Los autores anteriormente mencionados le asocian acciones y operaciones a la habilidad demostrar, estas son:

1. Reflexionar sobre la proposición dada.

- Identificar el concepto relacionado con lo que se debe demostrar.
- Sustituir los conceptos por sus definiciones.
- Identificar la estructura lógica de la proposición (premisas, tesis)
- Sustituir, si es necesario, la proposición por otra equivalente.
- Establecer relaciones con otras proposiciones que tengan premisas y tesis similares.

2. Encontrar la vía de demostración.

- Reflexionar sobre los procedimientos, estrategias, reglas y medios auxiliares heurísticos.
- Elaborar un plan de demostración (directa, indirecta) donde se precisen las inferencias lógicas necesarias
- Reflexionar sobre la vía demostración.

3. Representación de la demostración.

- Representar por escrito la cadena de inferencias y las fundamentaciones que la hacen comprensible.
- Elaborar una oración que exprese lo que se ha demostrado.



#### 4. Evaluar críticamente la demostración.

- Valorar si los pasos dados son suficientes.
- Valorar la cantidad de fundamentaciones indispensables.
- Reflexionar sobre las relaciones lógicas utilizadas.
- Valorar el lenguaje y simbología utilizada.
- Valorar la posibilidad de utilizar la vía de demostración en otras situaciones. P.12

Se reconoce por muchos investigadores que la habilidad demostrar proposiciones geométricas, es una de las que mayores dificultades presentan los estudiantes porque necesitan razonar deductivamente y argumentar de manera lógica y están acostumbrados a un trabajo geométrico más algorítmico y porque como afirma Codina y Lupiañez (1999) “la concepción de formalismo que tienen un gran número de profesores, les hace valorar más el rigor en el tratamiento de los conceptos e ideas matemáticas, que el procedimiento utilizado en la prueba o demostración que los estudiantes plantean” P.18

En este sentido se considera importante buscar estrategias que permitan a los estudiantes desarrollar las competencias y habilidades necesarias para su desenvolvimiento en la realización de demostraciones geométricas, basada en el uso de la tecnología, especialmente del software GeoGebra, pues es un programa con el que pueden realizarse construcciones a partir de la adquisición de objetos predefinidos como punto, recta, semirrecta, segmento, entre otros; de modo que, a partir de la manipulación de las herramientas del programa, se manipulen también construcciones geométricas.

Hay varias experiencias mostradas en trabajos investigativos del uso del GeoGebra relacionados con las demostraciones geométricas, Carrillo (2019) investiga sobre el GeoGebra como recurso para favorecer la interpretación matemática y es del criterio que “las tecnologías y en concreto de

320

*Artículo de investigación proveniente de la actividad científico-metodológica*

*Recibido: 15/12/24*

*Aprobado: 25/12/24*

*Publicado: 22/01/25*

*Espinosa-Jiménez, F. O., Alvarado-Romero, C. R. y Morales-Molina, Y. (2025). Demostraciones geométricas con ayuda del GeoGebra. Educación y sociedad, 23 (No. Especial), 313-332.*



software como GeoGebra promueve el trabajo autónomo de los alumnos y permiten el establecimiento, comprobación y validación de hipótesis por parte de los estudiantes, mediante el uso de las herramientas matemáticas adecuadas” (p.3).

Vera (2015) realiza su tesis de maestría en la Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la argumentación matemática en el contenido de las propiedades de los triángulos y concluye que con el uso del GeoGebra se logró mejorar este proceso en los estudiantes y plantea que incorporó el uso del GeoGebra en la resolución de las actividades, porque considera que la construcción de las figuras que los alumnos han de trabajar, los ayudarán a recurrir a propiedades que deben tener en cuenta al momento de argumentar.

Díaz, Rodríguez y Lingán (2018) investigaron en el empleo del software GeoGebra en la enseñanza de la geometría con estudiantes secundarios en el desarrollo de sus capacidades para el razonamiento y demostración, la comunicación matemática y la resolución de problemas y los resultados sugieren que el empleo del software GeoGebra tuvo efectos en el fortalecimiento de las tres capacidades, con mejoras que resultaron significativas a niveles altos.

Ueno (2017) trabaja en casos prácticos de demostraciones geométricas automáticas en GeoGebra, presenta algunos ejemplos del uso de los comandos Comprueba [] y Comprueba Detalles [] que GeoGebra incorpora en sus nuevas versiones, analizando su eficacia a la hora de resolver problemas geométricos de diversa dificultad. También comprueba la importancia del modo en que se realizan las construcciones geométricas a la hora de aplicar dichos comandos porque ha observado que se debe prestar cierto cuidado en el diseño de las construcciones geométricas necesarias porque en ocasiones presenta un comportamiento inestable y dependiente de la plataforma y ordenador utilizados. El autor espera que estas irregularidades vayan corrigiéndose en las próximas actualizaciones del software, y que en un futuro próximo se tenga disponible un software gratuito que incluya un demostrador automático sólido y potente.



Otra posibilidad que aporta el GeoGebra a las demostraciones está dado en la posibilidad de pasar del uso de esquemas no analíticos de argumentación al uso de esquemas analíticos a través del desarrollo de esquemas empíricos con ayuda del software de Geometría Dinámica y de la posterior explicación de los resultados fuera del ámbito computacional.

Con el desarrollo de actividades de exploración y formación de conjeturas, y con la ayuda del software, es posible que las premisas de los esquemas analíticos de argumentación sean válidas, lo cual nos llevará a conclusiones válidas y por ende a la demostración matemática. (Vera, 2015, p.10)

En el estudio realizado se revela las potencialidades del software GeoGebra para mejorar la enseñanza de la geometría y muestra un acercamiento de intervención en las demostraciones geométricas, la mayoría se refiere a habilidades que se necesitan para demostrar vinculadas al razonamiento, como la interpretación y la argumentación, también se relacionan algunos ejemplos prácticos de demostraciones. Aunque en las fuentes revisadas se aprecia avances en el trabajo didáctico desarrollado en este entorno, todavía es muy insuficiente.

En este sentido se presenta un procedimiento metodológico utilizando el software dinámico GeoGebra, que cambie la tradición de los docentes en la enseñanza de las demostraciones geométricas y sustituyan aquellos métodos tradicionales que no aportan a que los estudiantes generen aprendizajes significativos. Se toma como punto de partida el modelo dado por Arnaiz y García (2014) en el trabajo relacionado con la habilidad demostrar y el de Espinosa, Ruiz y Alvarado (2019) en el artículo referido al uso del GeoGebra para la enseñanza de la Geometría.

Procedimiento Metodológico.

1. Garantizar las condiciones previas necesarias sobre:
  - a) Los contenidos geométricos esenciales.
  - b) Conocimientos y habilidades en el uso del software.



2. Plantear la base orientadora para la acción: consiste en dar las acciones y operaciones para realizar la demostración experimental con GeoGebra y analítica.
3. Valorar los resultados obtenidos en cuanto a:
  - a) Ayuda ofrecida por el software para obtener la demostración.
  - b) Suficiencia del software para demostrar la proposición.
  - c) Ventajas de realizar la demostración con apoyo del GeoGebra.

A continuación, se ofrecen las acciones y operaciones del paso 2 del procedimiento metodológico.

### 2.1. Reflexionar sobre la proposición dada.

- a) Construye con GeoGebra la figura de análisis que visualice la premisa y la tesis para ello utiliza los conocimientos previos.
- b) Identificar el concepto relacionado con lo que se debe demostrar, moviendo la figura con GeoGebra.
- c) Sustituir los conceptos por sus definiciones.
- d) Identificar la estructura lógica de la proposición (premisas, tesis)
- e) Sustituir, si es necesario, la proposición por otra equivalente.
- f) Establecer relaciones con otras proposiciones que tengan premisas y tesis similares.

### 2.2. Encontrar la vía de demostración.

- a) Reflexionar sobre los procedimientos, estrategias, reglas y medios auxiliares heurísticos.
  - Valora si es necesario realizar construcciones auxiliares utilizando el GeoGebra
- b) Elaborar un plan de demostración (directa, indirecta) donde se precisen las inferencias lógicas necesarias
  - Comprueba empíricamente los resultados con el software.
- c) Reflexionar sobre la vía demostración.



### 2.3. Representación de la demostración

- a) Representar analíticamente la cadena de inferencias y las fundamentaciones que la hacen comprensible.
- b) Elaborar una oración que exprese lo que se ha demostrado.

### 2.4 Evaluar críticamente la demostración.

- a) Valorar si los pasos dados son suficientes.
- b) Valorar si el orden de la construcción hecha con el GeoGebra es el conveniente.
- c) Valorar la cantidad de fundamentaciones indispensables.
- d) Reflexionar sobre las relaciones lógicas utilizadas.
- e) Valorar el lenguaje y simbología utilizada.
- f) Valorar la posibilidad de utilizar la vía de demostración en otras situaciones.

Se escoge para mostrar el procedimiento un teorema relativo a las rectas notables de un triángulo, porque en las escuelas cubanas no se les demuestra su veracidad a los estudiantes cuando se imparte por primera vez, producto que, en ese momento el sistema de conocimientos que poseen hace difícil entender la demostración y es sugerida para grado superiores. Sin embargo, los profesores, en este caso los estudiantes en formación para la carrera de Licenciatura en Matemática, deben prepararse para poder explicar y fundamentar el contenido matemático de acuerdo a las condiciones previas existente.

El teorema referido es: Las medianas de un triángulo se cortan en un punto a dos tercios de los vértices. Se desarrolla con la demostración dada en el texto Geometría Plana de los autores Estrada y Sánchez (2010) porque solo tiene en cuenta el contenido de la Geometría Sintética hasta triángulos y las autoras la considera como la más artificiosa de las demostraciones que se le da al teorema, pero es importante que los futuros profesores de Matemática adquieran una manera que le resulte más fácil de entender y hacer entender demostraciones como esta. A continuación, se ejemplifica el procedimiento metodológico.



En el paso 1 del procedimiento, debe asegurarse los siguientes conocimientos geométricos: definición de mediana de un triángulo, transporte de segmento sobre una semirrecta, criterios de igualdad de triángulos y el recíproco del teorema de los ángulos alternos entre paralelas, además habilidades básicas de la construcción de figuras planas con el GeoGebra.

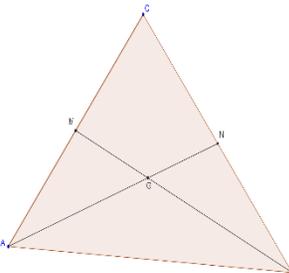
Para el paso 2, se presenta el siguiente cuadro con el desarrollo de las acciones y operaciones necesarias para realizar la demostración.

Cuadro 1.

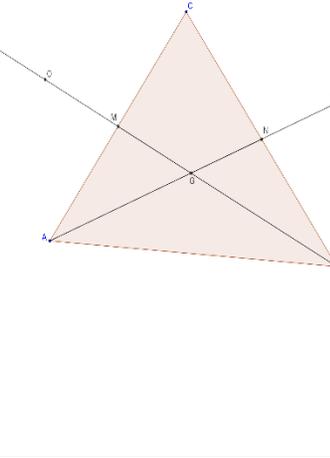
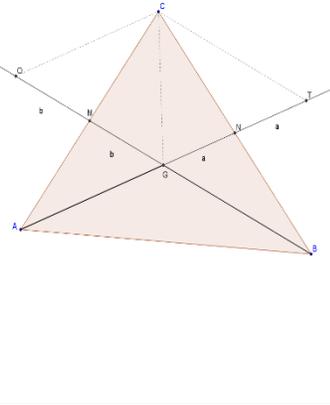
*Desarrollo de las acciones y operaciones necesarias para realizar la demostración*

Acciones	Operaciones	Herramientas e íconos	Figuras
----------	-------------	-----------------------	---------

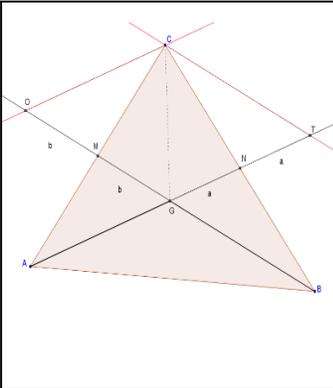


<p>2.1 Reflexionar sobre la proposición dada.</p>	<p>1. Trazar la figura de análisis.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Trazar el triángulo ABC.</li> <li>- Hallar el punto medio de AC y BC.</li> <li>- Trazar las medianas de los lados AC y BC.</li> <li>- Hallar el punto de intersección de las dos medianas.</li> </ul>	<p>Polígono </p> <p>Punto medio o centro. </p> <p>Segmento </p> <p>Intersección </p>	
<p>2. Establecer las relaciones:</p> $AG = \frac{2}{3} AN \Leftrightarrow GN = \frac{1}{3} AN \Leftrightarrow AG = 2GN$ $BG = \frac{2}{3} BM \Leftrightarrow GM = \frac{1}{3} BM \Leftrightarrow BG = 2GM$ <p>3. Verificar gráficamente las relaciones con la herramienta </p>			



<p>2.2                  Encontrar la vía de demostración.</p>	<p>4. Trazar líneas auxiliares que permitan visualizar 2GN y 2GM.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Prolongar las medianas.</li> <li>- Hallar los puntos T y O tal que: <math>GN=NT</math> y <math>GM=MO</math></li> <li>- Ocultar imagen de la circunferencia.</li> </ul>	<p>semirrecta</p>  <p>Circunferencia como compás</p>  <p>mostrar/ocultar objeto</p> 	
	<p>5. Trazar líneas auxiliares que permitan verificar que <math>AG=2GN</math> y <math>BG=2GM</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Trazar los segmentos OC, GC y TC.</li> </ul> <p>6. Verificar gráficamente que <math>BG=CT</math> y <math>AG=CO</math></p>	<p>Segmento</p>  <p>Distancia o longitud</p> 	
	<p>7. Demostrar analíticamente la igualdad de los segmentos <math>BG=CT</math> y <math>AG=CO</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Probar <math>\triangle BGN=\triangle TNC</math> y <math>\triangle AGM=\triangle OMC</math></li> <li>- Concluir la igualdad de los segmentos por los elementos homólogos en triángulos iguales.</li> </ul>		
	<p>8. Probar que <math>CT=GO</math> y <math>CO=GT</math></p>		



	<p>- Verificar gráficamente que <math>CT=GO</math> y <math>CO=GT</math></p>	<p>Distancia o longitud </p>	
<p>9. Demostrar analíticamente la igualdad de los segmentos <math>CT=GO</math> y <math>CO=GT</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Probar la igualdad de los triángulos <math>GTC</math> y <math>GCO</math>.</li> <li>- Probar que <math>CT \parallel B</math> y <math>CO \parallel AT</math> (ver pasos 6 y 7)</li> <li>- Concluir la igualdad de los segmentos por elementos homólogos en triángulos iguales.</li> </ul>			
	<p>10. Verificar gráficamente que <math>CT \parallel BO</math> y <math>CO \parallel AT</math></p>	<p>Recta paralela </p>	
<p>11. Demostrar analíticamente <math>CT \parallel B</math> y <math>CO \parallel AT</math></p> <p>12. Concluir que <math>AG=2GN</math> y <math>BG=2GM</math> por la propiedad transitiva de la igualdad de segmento.</p> <p>13. Comprender que de manera análoga se demuestra con la tercera mediana asociándola a una de estas dos.</p> <p>14. Finalizar concluyendo que, por tanto, las tres medianas se cortan en un punto (G) que está a dos tercios de los vértices de dicho triángulo como se quería probar.</p>			
2.3	15. Redactar por el orden de las operaciones realizadas y dando las		



Representación de la demostración	argumentaciones precisas se formula la demostración analíticamente como aparece en (Estrada y Sánchez, 2010, p.85)
2.4 Evaluar críticamente la demostración.	16. Obtener valoraciones conclusivas sobre los pasos de la demostración y los recursos utilizados, haciendo énfasis en la conveniencia del orden de la construcción elegido con el GeoGebra y cuál pudiera ser más racional

En el paso 3, se propone intercambiar con los estudiantes los aspectos sugeridos en el procedimiento metodológico, del cual puede llegar a valorarse que hacer la figura de análisis con las herramientas del GeoGebra, ayuda a tener una visión más clara de la relación entre la premisa y la tesis, al tener precisión y movilidad la construcción hecha, además permite ampliar la representación con el trazado de líneas auxiliares que impulsan a realizar verificaciones que conlleva a encontrar la vía de la demostración, oportunidad que los estudiantes tienen para descubrirla por sí mismos, el docente debe limitarse a realizar un acompañamiento efectivo mediante preguntas y sugerencias, de tal manera que sin imponer las soluciones los ayude a elaborar sus planes de solución y a descubrir los resultados.

Por otro lado, pueden reconocer que con solo el uso del GeoGebra no se demuestra el teorema, éste es un complemento que necesita del método analítico para formalizar la demostración.

El procedimiento metodológico expuesto, se aplicó en el trabajo metodológico de la disciplina Geometría al cual pertenecen las autoras durante los cursos 2019-2020 y 2020-2021, en la carrera Licenciatura en Educación. Se constató mediante la observación científica del proceso docente en la práctica, una mejor comprensión de los estudiantes en la búsqueda de la idea de la demostración al utilizar recursos interactivos que permite la movilidad de las figuras, que



constituyen un medio heurístico que facilita la fundamentación de los pasos a desarrollar. Como consecuencia se mostró mayor motivación de los estudiantes ante este tipo de problemas.

## **Conclusiones**

El estudio realizado sobre el GeoGebra como recurso de enseñanza en la Geometría, revela una forma novedosa de enseñar este contenido, con elementos más motivantes y agilizadores del proceso, es de interés las potencialidades evidenciadas por diferentes autores para impulsar el razonamiento de las demostraciones geométrica en los estudiantes. Las ideas aportadas en este sentido, permitió a las autoras confeccionar un procedimiento metodológico para el tratamiento de demostraciones geométricas con GeoGebra, que contempla acciones y procedimientos a realizar con el software que ayudan al estudiante a buscar ideas de forma independiente, para luego formalizarlas analíticamente.

La propuesta realizada constituye una alternativa para preparar a los profesores en formación de la carrera Licenciatura en Matemática, para el uso de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la práctica de su profesión.

## **Referencias Bibliográficas**

- Agudo, M. (2013). *Las TIC y el aprendizaje de la Geometría*. Tesis de Maestría, Valencia.
- Arnaiz, I. y García, J. A. (2014). El desarrollo de las habilidades matemáticas generalizadas. Las habilidades "resolver problemas" y "demostrar proposiciones matemáticas". *Educación y Sociedad*.
- Báes, R. e Iglesia, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática*, 12(16), 67-87.



- Carrillo, A. (2019). Geogebra como recurso para favorecer la interpretación matemática. XV *CIAEM-IACME*, (pág. 8). Medellín, Colombia. <http://www.redumate.org>
- Cisnero, D., González, J. F., Quero, O. N. y Carbonel, C. (2016). *Programa de la Disciplina de Geometría. Carrera licenciatura en Educación Matemática*. La Habana: MES.
- Codina, A. y Lupiañez, J. L. (1999). *El razonamiento matemático: Argumentación y Demostración*. <http://www.researchgate.net/publication/270585994>.
- Crespo, C. (2005). *El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo*. [www.matedu.cicata.ipn.mx](http://www.matedu.cicata.ipn.mx).
- Diaz, L., Rodríguez, J. y Lingán, S. (2018). *Enseñanza de la Geometría con el software Geogebra en estudiantes secundarios de una institución educativa de Lima*. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4,0/>.
- Espinosa, F. O., Ruiz, M. T. y Alvarado, C. R. (2019). La enseñanza de la Geometría Analítica con Geogebra para carreras universitarias. En *Ciencia e Innovación Tecnológica, vol X, capítulo Ciencias Aplicadas* (págs. 166-173). Las Tunas: Edacun.
- Estrada, M. y Sánchez, J. (2010). *Geometría Plana*. Pueblo y Educación.
- Hernández, C. M. y Acosta, T. (2018). Aprovechamiento didáctico del Geogebra en ejercicios sobre tangencia de una esfera y un cono: dos ejemplos. *Transformación*, 14(2), 226-235.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of Geometry. *L. Haggarty*, 121-139.
- MES. (2016). *Modelo del profesional. Plan de Estudio "E", carrera Licenciatura en Educación Matemática*. La Habana, Cuba.
- Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de medición entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación Matemática*, 21(1), 5-27.



Ueno, C. (2017). Demostraciones geométricas automáticas en Geogebra: Casos prácticos. *NUMERO*, 94, 107-115. <http://www.sinewton.org/numeros>

Vera, M. (2015). *Metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la argumentación matemática en el contenido de las propiedades de los triángulos*. Piura, Perú: Repositorio institucional PIRHUA. <http://www.pirhua.udep.edu.pe>