



Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado

Development of generalized mathematical ability to solve equations in twelfth grade

Frank Pérez Rios*

✉ frankperezrios95@gmail.com

 <https://orcid.org/0009-0009-8175-7665>

Luis Eduardo Rodríguez Rodríguez**

✉ luiseduardorr@gmail.com, luisrr@unica.cu

 <https://orcid.org/0000-0002-9210-0847>

Ana Ibis Vilma Lismé**

✉ anaibisluisvilma@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-2508-299X>

*Dirección General de Educación Baraguá, Cuba.

**Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba.

Resumen

La resolución de ecuaciones constituye una poderosa herramienta que permite a los educandos simplificar y resolver problemas en diferentes contextos matemáticos, las convierten en un componente esencial del estudio y aplicación de la Matemática en la vida diaria. En la actualidad, persisten insuficiencias en el desarrollo de la habilidad matemática generalizada resolver ecuaciones, debido a carencias en la utilización de tareas docentes desde la integración de las distintas áreas de la Matemática y su dosificación por niveles de asimilación. El objetivo de este trabajo es ofrecer la definición y estructura interna de la referida habilidad en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en duodécimo grado. Para la investigación se utilizaron métodos del nivel teórico como el analítico-sintético, histórico-lógico, el inductivo-deductivo, sistémico y la modelación.

Palabras clave: ecuación, habilidades, habilidad matemática generalizada, proceso de enseñanza-aprendizaje



Abstract

Equation solving is a powerful tool that allows students to simplify and solve problems in different mathematical contexts, making it an essential component of the study and application of mathematics in daily life. Currently, shortcomings persist in the development of the generalized mathematical skill of solving equations, due to deficiencies in the use of teaching tasks from the integration of different areas of mathematics and their dosage by levels of cognitive performance. The objective of this work is to offer the definition and internal structure of the aforementioned skill in the teaching-learning process of mathematics in twelfth grade. For the research, methods of the theoretical level were used, such as analytical-synthetic, historical-logical, inductive-deductive, systemic and modeling.

Keywords: equation, generalized mathematical ability, skills, teaching process

Introducción

La asignatura Matemática siempre ha estado presente en los planes de estudio del preuniversitario constituyendo una de las ciencias que más contribuye a la comprensión y transformación de la realidad desde un enfoque científico, siendo uno de los pilares fundamentales en cada grado por el volumen de tiempo que se le dedica, la complejidad y grado de dificultad que ha existido históricamente en su entorno.

El fin y los objetivos generales de la Educación Preuniversitaria determinan la función de la asignatura Matemática, la cual debe contribuir a la educación integral de los educandos, al desarrollo de sus capacidades mentales y a la adquisición de conocimientos, habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes que constituyen la base y parte esencial de la formación del educando (Rodríguez et al., 2023)

Al abordar los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario se destaca el contenido, que incluye como una de sus dimensiones el sistema de habilidades. Es de interés de los autores profundizar en el desarrollo de la habilidad matemática generalizada resolver ecuaciones, la cual es necesaria como herramienta que permite a los educandos enfrentar y resolver los problemas que se le pueden presentar en la vida práctica.



El desarrollo de habilidades, se destaca entre los temas centrales de atención de los docentes y de la investigación educativa en todo el mundo, siendo este tratado desde diferentes perspectivas y enfoques. Sin embargo, ha sido el enfoque histórico cultural, el que ha brindado una interpretación dialéctico materialista de los procesos de aprendizaje del individuo y una sólida base conceptual para el tratamiento de este tema.

Particularmente autores como Campistrous (1989), Talízina (1992), Arnaiz (2020) y Benítez (2021) han abordado las habilidades matemáticas generalizadas, en los cuales existe consenso de que las habilidades matemáticas generalizadas son aquellas cuyas acciones conforman un proceder generalizador que permiten operar con el conocimiento.

El estudio de trabajos anteriores relacionados con el desarrollo de las habilidades en el PEAM se constata que Domínguez (2016), Espinoza (2017); Duardo (2020) trabajan la habilidad resolver problemas de matemáticas, Arnaiz (2020) define y determina las invariantes funcionales de las habilidades matemáticas generalizadas y la aplicación integrada de las habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas, Jiménez et al., (2022) aborda la formulación de problemas y las acciones de los educandos para realizar esta actividad y Morales (2022) aborda el desarrollo del pensamiento lógico desde el trabajo con las habilidades de la geometría.

En el presente artículo se profundiza en la habilidad matemática generalizada resolver ecuaciones en los educandos de duodécimo grado, en el cual, teniendo en cuenta la experiencia de los autores, los resultados de las evaluaciones sistemáticas y parciales, así como las tabulaciones realizadas a los exámenes finales de grados anteriores, comprobaciones provinciales, los exámenes finales de la asignatura Matemática en duodécimo grado, los exámenes de ingreso a la Educación Superior, la actividad de los educandos durante las clases, y la consulta a docentes y metodólogos de experiencia en la enseñanza de la Matemática, se constató que uno de las habilidades matemáticas generalizadas en las que se concentran las mayores dificultades es la de resolver ecuaciones en los educandos de duodécimo grado del Instituto Preuniversitario Urbano: “José Martí”, evidenciado en la práctica educativa mediante las siguientes insuficiencias:

- Limitado reconocimiento de los diferentes tipos de ecuaciones.
- Incorrecta aplicación de los procedimientos de solución para cada uno de los tipos de ecuaciones.

Pérez Ríos, F., Rodríguez Rodríguez, L.E., Vilma Lismé, A.I., (2025). Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado. Educación y sociedad, 23 (No. Especial 2), 159-176.



- Incorrecta aplicación de propiedades matemáticas, regla de los signos y del tecnicismo algebraico.
- Limitado uso de asistentes matemáticos que posibiliten la comprobación de las soluciones.

El objetivo de este trabajo es ofrecer la definición y la estructura interna de la habilidad matemática generalizada resolver ecuaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en duodécimo grado.

Desarrollo

La resolución de ecuaciones constituye una prioridad en todos los programas de la disciplina Matemática de la Educación Preuniversitaria, así como en el programa de preparación para el examen de ingreso a la Educación Superior, donde además se continua profundizando en este tema al abordar la disciplina Análisis Matemático y Matemática Superior. Las ecuaciones son herramientas poderosas que permiten simplificar y resolver problemas en diferentes contextos matemáticos. Su capacidad para representar relaciones y modelar situaciones las convierten en un componente esencial del estudio y aplicación de la Matemática en la vida diaria y en diversas disciplinas científicas.

El estudio acerca de la resolución de ecuaciones ha sido fundamental en diversas ramas de la Matemática, entre las que se destacan la Aritmética, el Álgebra y la Geometría, dado que han permitido establecer relaciones entre cantidades matemáticas diversas, modelar patrones de procesos y situaciones de la vida cotidiana, resolver problemas, introducen el concepto de igualdad y balance, se utilizan para describir figuras geométricas, como por ejemplo la ecuación de una circunferencia y ayudan a establecer relaciones entre diferentes elementos geométricos como longitudes, áreas y volúmenes.

De acuerdo con Ballester (2000) el tratamiento de las ecuaciones constituye un punto básico en la formación matemática para la realización de los objetivos de la enseñanza de esta disciplina y es determinante para todos los grados escolares. Es por ello que el Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones se plantea como línea directriz en la enseñanza de la Matemática en todos los grados de los diferentes niveles educativos en la



escuela cubana, la cual expresa los objetivos y conocimientos que deben lograr los educandos durante su tránsito por la educación.

Las líneas directrices en la enseñanza de la Matemática en nuestro país encontraron su primera determinación en la década del 70 y después aparecieron reformuladas en la “Concepción general de la asignatura Matemática en el subsistema de la Educación General Politécnica y Laboral”, documento editado por el MINED en 1987, que sentó las pautas del perfeccionamiento que entró en vigor en la década de los 80 (Álvarez et al., 2014).

A raíz de las transformaciones en la Educación Secundaria Básica, un colectivo de profesores de la disciplina Metodología de la enseñanza de la Matemática del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona hizo una propuesta de líneas directrices para esta enseñanza, que fueron divulgadas en la publicación *El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza* (Ballester et al., 2002), que estuvo sustentada entre otras razones por la intención de reducir el número de líneas directrices, para que fueran más funcionales para los docentes.

De acuerdo con los trabajos realizados por Álvarez et al., (2014) se establecen desde ese año las líneas directrices relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas: dominios numéricos; trabajo con magnitudes; trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones; correspondencias y funciones; geometría; combinatoria y probabilidades; tratamiento de datos/estadística y las líneas directrices relativas a habilidades, capacidades y hábitos matemáticos de carácter más general, que requieren también del desarrollo de cualidades, convicciones y actitudes: adiestramiento lógico-lingüístico; modelar; utilizar recursos para la racionalización del trabajo mental y práctico y formular y resolver problemas.

En la educación primaria, los educandos sustituyen valores en una igualdad o desigualdad y hallan el valor del término que satisface una determinada igualdad o desigualdad mediante reflexiones lógicas, mientras aprenden el significado y las propiedades de las operaciones de cálculo, las cuales se expresan con variables. En sexto grado, los educandos desarrollan un procedimiento algorítmico para resolver ecuaciones lineales elementales, donde el dominio de definición de las variables es el dominio de los números fraccionarios o un subconjunto de este.

Pérez Ríos, F., Rodríguez Rodríguez, L.E., Vilma Lismé, A.I., (2025). Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado. Educación y sociedad, 23 (No. Especial 2), 159-176.



A partir de la secundaria básica, se consolidan y sistematizan los conocimientos y habilidades matemáticas sobre el trabajo con variables. En este nivel se formalizan conceptos asociados al de ecuación, como el de transformación equivalente. Las ecuaciones que se plantean, construyen o resuelven son más complejas como resultado del dominio de las operaciones con polinomios, del manejo de los signos de agrupación y de la extensión de su dominio básico de solución al conjunto de los números racionales. Apoyado en el estudio de las funciones lineales, se estudia la solubilidad y los métodos de resolución de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Posteriormente se elaboran procedimientos para la determinación de las soluciones reales de ecuaciones cuadráticas, lo que permite ampliar el campo de las aplicaciones, en particular, en las asignaturas de ciencias.

En el décimo grado con la línea directriz trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones, se introducen nuevos casos de descomposición factorial, así como las operaciones con fracciones algebraicas. Se resuelven ecuaciones e inecuaciones lineales, cuadráticas, modulares, potenciales y fraccionarias, así como sistemas de ecuaciones algebraicas. Además, se resuelven ecuaciones trigonométricas simples en que es necesario aplicar el tecnicismo algebraico (Rodríguez et al., 2023).

El desarrollo de esta línea directriz continúa en undécimo grado por medio de las ecuaciones con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas de mayor complejidad y concluye en el duodécimo grado con el planteamiento del teorema fundamental del Álgebra, según el cual toda ecuación algebraica de grado n tiene exactamente n raíces complejas, de modo que los educandos pueden hallar los ceros de un polinomio de grado n en este dominio (Rodríguez et al., 2023).

Dentro de los objetivos de esta línea directriz en el preuniversitario se destacan que los educandos logren fundamentar los procedimientos para la solución de ecuaciones; determinar raíces y parámetros de ecuaciones definidas en subconjuntos del conjunto de los números reales o en el conjunto de los números complejos para ecuaciones cuadráticas o de grado superior a ellas, por medio de reflexiones lógicas, el tecnicismo algebraico, los procedimientos de solución existentes o utilizando las facilidades de un asistente matemático; realizar la comprobación de las soluciones obtenidas al resolver ecuaciones y formular y resolver problemas intra o



extramatemáticos que conduzcan a la resolución de ecuaciones aplicando integradamente los conocimientos y habilidades de las distintas áreas matemáticas (Álvarez et al., 2014).

En duodécimo grado durante la Unidad # 3: “Números complejos” es fundamental que los educandos logren resolver ecuaciones polinomiales con coeficientes enteros en el dominio de los números complejos y durante la sistematización para el examen de ingreso resolver ecuaciones donde se combinen los diferentes tipos de ecuaciones estudiadas en el conjunto de los números reales se declara como una prioridad (MINED, 2023).

Los conocimientos sobre la resolución de ecuaciones en el nivel educativo preuniversitario destacan: la consolidación de las ecuaciones lineales y cuadráticas; los procedimientos de resolución de ecuaciones modulares, ecuaciones fraccionarias, ecuaciones con radicales que requieren de una o dos elevaciones al cuadrado, ecuaciones exponenciales, ecuaciones logarítmicas; los procedimientos de demostración de identidades trigonométricas y de resolución de ecuaciones trigonométricas, aplicando relaciones entre razones trigonométricas de ángulos complementarios, duplo, mitad, fórmulas de reducción y las identidades trigonométricas ya conocidas; el despeje en fórmulas; el teorema fundamental del Álgebra y los procedimientos de resolución de ecuaciones cuadráticas o de mayor grado en el conjunto de los números complejos (Álvarez et al., 2014).

Román (2015) explica que “Una ecuación es una igualdad en la cual hay términos conocidos y términos desconocidos. El término desconocido se llama incógnita y se representa generalmente por las últimas letras del abecedario: x, y o z, aunque puede utilizarse otra letra” (p. 156), se entiende que las ecuaciones son expresiones matemáticas que contiene números acompañado con letras y estas representan a la incógnita que se desea despejar, la ecuación está igualada a cero o diferente a cero.

Los autores de este artículo comparten la idea de que una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas (Román, 2015). Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud pueda ser establecida a través de las restantes ecuaciones de un sistema o bien mediante otros procesos.

Pérez Ríos, F., Rodríguez Rodríguez, L.E., Vilma Lismé, A.I., (2025). Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado. Educación y sociedad, 23 (No. Especial 2), 159-176.



La palabra ecuación, deriva del latín *aequatio*, que significa igualdad, se encarga de igualar dos expresiones para encontrar el valor de la incógnita que hay en ellas. Para las matemáticas, una ecuación es una igualdad que contiene una o más incógnitas. Una igualdad es una expresión que se obtiene al igualar dos cantidades que tienen el mismo valor, para ello se utiliza el signo $=$, que se lee, igual. Por ejemplo, $3x+2=x+5$.

Las ecuaciones se expresan como igualdades representadas por números y letras del alfabeto, generalmente representado por las tres últimas letras que representan las incógnitas, este es el valor desconocido que se debe despejar y reemplazar para poder encontrar su valor. La resolución de ecuaciones entrena al cerebro, así mismo, sirve para decodificar términos matemáticos y poder resolver problemas, tanto de la vida cotidiana, como académicos (Labrador y Maita, 2011). De acuerdo con Ferrin et al., (2018) “Una ecuación es una igualdad entre expresiones algebraicas en la cual ambos miembros son iguales sólo para valores particulares de las variables”. (p. 241)

Diferentes autores coinciden con Ferrin et al., (2018) que dentro de los elementos de una ecuación encontramos sus miembros: son las expresiones que aparecen a cada lado del signo $=$. Se conoce como miembros a las expresiones algebraicas que presentan los datos (valores conocidos) y las incógnitas (valores desconocidos), relacionados a través de operaciones matemáticas y los términos: son los monomios de cada miembro.

Resolver una ecuación significa determinar el o los valores de las incógnitas que las satisfacen. Se puede decir, que las soluciones o raíces de una ecuación son los valores de las incógnitas que la verifican. En la ecuación, la letra x es la incógnita y la solución o raíz de la ecuación es, pues, para todo ($\mathbb{C}$: dominio de los números complejos). El método general para resolver una ecuación, consiste en transformarla en otra ecuación equivalente, cuyas raíces y soluciones puedan obtenerse con más facilidad que las de la ecuación dada.

En la enseñanza de la Matemática en el nivel educativo preuniversitario, los educandos consolidan la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, resuelven ecuaciones modulares, fraccionarias, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas en el dominio de los números reales y en duodécimo grado este se amplía a los números complejos donde resuelven ecuaciones polinómicas en este dominio numérico; así como la resolución de ecuaciones en las que se integren varias de las ecuaciones antes descritas.

Pérez Ríos, F., Rodríguez Rodríguez, L.E., Vilma Lismé, A.I., (2025). Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado. Educación y sociedad, 23 (No. Especial 2), 159-176.



Teniendo en cuenta las acciones y operaciones de la habilidad matemática generalizada resolver ecuaciones asumidas por los autores, se plantean los procedimientos para reconocer el tipo de ecuación y los procedimientos de solución. En el caso de la ecuación lineal en una variable se define como una ecuación en la cual el mayor grado que aparece en la variable es uno, este tipo de ecuaciones hay que transformarla a la forma $ax + b = c$, con a , b y c números reales y x .

Para resolver una ecuación lineal se realizan las siguientes operaciones: (Rodríguez et al., 2023)

- Realizar las operaciones indicadas.
- Reducir términos semejantes en cada miembro de la ecuación.
- Transponer los términos que contienen variables hacia un miembro y los términos independientes hacia el otro.
- Reducir nuevamente los términos semejantes si es necesario.
- Despejar la variable aplicando la operación inversa correspondiente.
- Hallar el valor de la variable.
- Comprobar en la ecuación original, para tener seguridad de la respuesta.
- Escribir la solución o el conjunto solución.

Las ecuaciones modulares son aquellas ecuaciones que contienen la variable dentro del signo de módulo, incluyen una o más expresiones modulares, en estas es posible determinar la solución gráfica y analítica. Las ecuaciones modulares se utilizan ampliamente en diversas áreas de las matemáticas y sus aplicaciones, pueden encontrarse en problemas de Física que involucren desplazamientos y distancias y en ciencias de la computación para verificar la integridad de datos y algoritmos.

Para resolver una ecuación modular se realizan las siguientes operaciones: (Rodríguez et al., 2023):

- Realizar las operaciones indicadas.
- Reducir términos semejantes en cada miembro de la ecuación.
- Transponer los términos que se encuentran fuera del módulo hacia un miembro y el que posee módulo en otro miembro.



- Reducir nuevamente los términos semejantes si es necesario.
- Aplicar la definición de módulo de un número real.
- Eliminar paréntesis en la ecuación precedida del signo menos.
- Resolver las ecuaciones obtenidas.
- Comprobar para los valores de la variable encontrados.
- Escribir el conjunto solución.

Una ecuación cuadrática en una variable real es la que tiene la forma $(a, b, c \text{ números reales y })$ o se puede reducir a ella mediante transformaciones equivalentes. Las ecuaciones cuadráticas son utilizadas para establecer modelos algebraicos básicos, así como para plantear sistemas de ecuaciones y resolverlos; también, para utilizar el lenguaje algebraico y aprender a integrar conocimientos que solucionen los problemas.

Para resolver una ecuación cuadrática se realizan las siguientes operaciones: (Díaz, 2018):

- Realizar las operaciones de cálculo indicadas, lo que incluye la eliminación de signos de agrupamiento.
- Reducir términos semejantes en ambos miembros de la ecuación en caso de que existan.
- Transponer todos los términos para un mismo miembro e igualar a cero, teniendo en cuenta las reglas de transformaciones equivalentes.
- Reducir nuevamente los términos semejantes en caso de existir hasta obtener una ecuación del tipo.
- Factorizar la ecuación obtenida e igualar a cero cada factor, de esta manera se resuelven las ecuaciones lineales y en caso de no poder factorizar, se calcula el discriminante
 - Si, la ecuación tiene dos soluciones reales:
 - Si, la ecuación tiene una única solución, que es una raíz doble .
 - Si, la ecuación no tiene soluciones reales y dos soluciones complejas.
- Comprobar para determinar si los valores hallados satisfacen la ecuación.
- Escribir el conjunto solución.



La ecuación fraccionaria en una variable, son aquella donde aparecen fracciones algebraicas y la variable se encuentra en el denominador de alguna de estas fracciones o en todas. Las ecuaciones fraccionarias se resuelven transformándolas en ecuaciones enteras, para lo cual es necesario eliminar los denominadores. Estas ecuaciones permiten desarrollar el pensamiento lógico-matemático en los educandos y comprender el funcionamiento de infinitud de sistemas.

Para resolver una ecuación fraccionaria se realizan las siguientes operaciones: (Rodríguez et al., 2023)

- Determinar el dominio de definición de la ecuación, previa descomposición en factores de los numeradores y los denominadores de las fracciones algebraicas.
- Simplificar de ser posible en cada fracción.
- Determinar el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores o el denominador común.
- Eliminar los denominadores multiplicando ambos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo para obtener una ecuación entera.
- Efectuar los productos indicados en el numerador y reducir los términos semejantes.
- Resolver ecuación obtenida.
- Comprobar si las soluciones pertenecen al dominio de definición de la ecuación original comparando con el dominio de definición o mediante la comprobación.
- Escribir el conjunto solución.

Las ecuaciones con radicales son aquellas que tienen la variable (incógnita) bajo el signo radical. Para resolver este tipo de ecuación, es necesario transformarla en otra en la que la variable no aparezca en el radicando. Las ecuaciones con radicales son ampliamente utilizadas en varias áreas prácticas, como la ingeniería, arquitectura y tecnología, en la modelación de fenómenos físicos y el desarrollo de algoritmos en computación gráfica que requieren precisión en los cálculos.

Para resolver una ecuación con radicales se realizan las siguientes operaciones: (Rodríguez et al., 2023):



- Realzar las operaciones de cálculo indicadas, lo que incluye la eliminación de signos de agrupamiento.
- Aislar el radical.
- Reducir términos semejantes.
- Elevar al cuadrado ambos miembros de la ecuación.
- Resolver la ecuación obtenida.
- Comprobar en la ecuación original las raíces obtenidas para desechar las que no la satisfacen (raíces extrañas).
- Escribir el conjunto solución.

Una ecuación exponencial es aquella en la que la incógnita aparece únicamente en los exponentes de bases constantes positivas y distintas de uno. Las ecuaciones exponenciales tienen diversas aplicaciones en diferentes campos de la ciencia, la ingeniería, la economía y otros ámbitos, en los que se describen todo tipo de procesos en los que están implicados el crecimiento o el decrecimiento exponencial, evidente en fenómenos como el crecimiento poblacional o la desintegración radioactiva.

Para resolver una ecuación exponencial se realizan las siguientes operaciones: (Castillo et al., 2024)

- Expresar todas las potencias a una base común.
- Aplicar las propiedades de la potenciación que aparezcan.
- Realizar las operaciones indicadas y reducir términos semejantes.
- Obtener una igualdad del tipo $a^x = a^y$.
- Igualar los exponentes.
- Resolver ecuación obtenida utilizando el procedimiento para su solución.
- Comprobar las soluciones encontradas.
- Escribir el conjunto solución.

Una ecuación logarítmica es aquella en la que la incógnita aparece en la base o el argumento del logaritmo, de bases constantes positivas y distintas de uno. La importancia de la resolución de



ecuaciones logarítmicas es fundamental en varios campos de la ciencia y la tecnología, en Física, la escala de magnitud de los terremotos está modelada por una función logarítmica y en ciencias de la computación, los algoritmos de búsqueda y clasificación son frecuentemente logarítmicos.

Para resolver una ecuación logarítmica se realizan las siguientes operaciones: (Castillo et al., 2024)

- Aplicar las propiedades de los logaritmos que aparezcan.
- Efectuar las operaciones indicadas.
- Reducir términos semejantes.
- Obtener una igualdad del tipo $a^x = b$ que permitan aplicar la definición de logaritmo o igualar los argumentos.
- Resolver ecuación obtenida, utilizando el procedimiento correspondiente para su solución.
- Comprobar en la ecuación original los valores hallados.
- Escribir el conjunto solución.

Una ecuación trigonométrica es aquella en la cual la variable es el ángulo de una razón trigonométrica. Resolver una ecuación trigonométrica es encontrar la amplitud del ángulo del cual se conoce la razón trigonométrica. Las ecuaciones trigonométricas tienen un impacto significativo en la sociedad, desde la ingeniería hasta la tecnología. Por ejemplo, la trigonometría se utiliza para diseñar y construir estructuras seguras y estables, como puentes y edificios. Además, en áreas como la Física y la Astronomía, las ecuaciones trigonométricas ayudan a modelar y entender fenómenos naturales, como el movimiento de los planetas y la propagación de ondas sonoras.

De acuerdo con Castillo et al., (2024) no existen reglas generales ni algoritmos de soluciones absolutos para la resolución de ecuaciones trigonométricas, incluso existen ecuaciones que no tienen solución en término trigonométricos, sino empleando métodos numéricos. En muchos casos, los siguientes procedimientos resultan de utilidad para reducir las ecuaciones a una de la forma: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$ o $\cot x = a$.

Para la resolución de ecuaciones trigonométricas se realizan las siguientes operaciones: (Castillo et al., 2024).

Pérez Ríos, F., Rodríguez Rodríguez, L.E., Vilma Lismé, A.I., (2025). Desarrollo de la habilidad matemática generalizada para resolver ecuaciones en duodécimo grado. Educación y sociedad, 23 (No. Especial 2), 159-176.



- Expresar todas las razones trigonométricas que aparecen en la ecuación con el mismo argumento aplicando identidades.
- Expresar todas las razones trigonométricas en término de una sola razón.
- Resolver la ecuación planteada, haciendo transformaciones, descomponiendo en factores o cualquier otro trabajo algebraico.
- Determinar los signos, las fórmulas de reducción y los ángulos coterminales de las soluciones de la ecuación transformada.
- Determinar los valores que satisfacen la ecuación original y expresar las soluciones de acuerdo con el dominio de definición de la ecuación original.
- Escribir el conjunto solución.

A partir de los procedimientos específicos para resolver los diferentes tipos de ecuaciones y de acuerdo con Arnaiz, (2014) “Resolver ecuaciones es una Habilidad Matemática Generalizada que consiste en transformar la ecuación dada en una ecuación más sencilla, utilizando los conocimientos y habilidades precedentes” (p.27) , así como las acciones y operaciones de la referida habilidad que conforman un proceder generalizador que logran resolver cualquier tipo de ecuación y que son asumidas por los autores como sigue:

Acciones y operaciones de la Habilidad Matemática Generalizada resolver ecuaciones:

1. Realizar transformaciones si es necesario.
 - Reducir términos semejantes.
 - Factorizar.
 - Evaluar.
 - Calcular
2. Reconocer el tipo de ecuación.
 - Comparar la ecuación con alguno de los tipos de ecuaciones estudiados (polinómica, fraccionaria, con radicales, trigonométrica, exponencial, logarítmica, otras)
 - Escribir la ecuación transformada como alguno de esos tipos.
3. Seleccionar el procedimiento de solución.
 - Comprobar que se cumplen las condiciones exigidas en el procedimiento.



- Aplicar la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico correspondiente.

2. Calcular.

- Identificar el cálculo que debe realizarse.
- Encontrar la vía de solución.
- Determinar el número o un representante.

3. Comprobar las soluciones.

- Reflexiones lógicas sobre la existencia o no de la solución.
- Evaluar en ambos miembros de la ecuación.
- Determinar si los miembros de la ecuación son iguales o no.
- Expresar el conjunto solución.

Conclusiones

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en duodécimo grado juegan un papel fundamental el transcurso de las líneas directrices en la enseñanza de la matemática las que actúan como lineamientos que atraviesan el curso de Matemática y explican lo esencial a lograr desde el punto de vista de los objetivos en cada uno de los grados y niveles de la enseñanza. Las habilidades por su parte forman parte de la categoría contenido, las que representan el dominio de un sistema de acciones intelectuales y prácticas para realizar una determinada actividad, están vinculadas con los conocimientos y se vinculan con un objetivo consciente.

Las Habilidades Matemáticas Generalizadas (HMG) son aquellas cuyas acciones conforman un proceder generalizador que permite operar con diferentes conocimientos matemáticos, tienen salida prácticamente en todos los grados de la enseñanza general y porque cada una incluye varios procedimientos específicos y se forman durante la ejecución de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático lo cual constituye una base orientadora para el accionar de docentes y educandos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en duodécimo grado.

Resolver ecuaciones es una Habilidad Matemática Generalizada que consiste en transformar la ecuación dada en una ecuación más sencilla, utilizando los conocimientos y habilidades



precedentes, así como las acciones y operaciones de la referida habilidad que conforman un proceder generalizador que logran resolver cualquier tipo de ecuación.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, M., Almeida, B., y Villegas, E. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. Pueblo y Educación.
- Arnaiz, I., García, J., Díaz, M. (2020). Concepción didáctica para aplicar integradamente las habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas. *Educación y Sociedad*, 18 (3), 16-19. Recuperado a partir de <https://revistas.unica.cu/index.php/edusoc/article/view/1643>.
- Arnaiz, I., Ledo, O., Rojas, R., García, J., López, A., Hernández, A., Rojas, M., Espinosa, F., Alvarado, C., Díaz, M., Morales, Y. y Rivera, O. (2014). *La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para potenciar la integración de los contenidos. (Proyecto Sistematización de las didácticas particulares en la provincia)*. Universidad de Ciego de Ávila.
- Ballester, S. y Sieber, J. (2000). *Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo I*. Pueblo y Educación.
- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M., Álvarez, A., Rodríguez, M., Batista, L., Villegas, E., Almeida, B. y Torres, P., Machado, A., y González, J. (2002). *Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo II*. Pueblo y Educación.
- Benítez, I., Rojas, R., y Rodríguez, L. (2021). Metodología para desarrollar la habilidad formular problemas de Física en el Técnico Medio en Informática. *Opuntia Brava*, 13(2), 158-173. <https://www.researchgate.net/351973122>
- Campistrous, L. (1989). *Sobre las habilidades matemáticas*. En *Matemática: 10mo grado: Orientaciones Metodológicas*. Pueblo y Educación.



- Castillo, J., Rodríguez, F., Quintana, A., Naredo, R., Cuadrado, Z., García, E., Cárdenas, R., Castillo, Y. y Mena, C. (2023). *Matemática onceno grado*. Pueblo y Educación. <http://www.cubaeduca.cu>
- Díaz, M. (2018). *Ejercicios y problemas integradores de Matemática para la enseñanza Media Superior*. Pueblo y Educación.
- Domínguez, A., Silva, J. L., Cабrales, Y. (2016). La formulación de problemas en la enseñanza de la Matemática en la educación secundaria básica. *Bol.redipe*, 5(2), 106-15. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/83>.
- Duardo, C., González, G., y Rodríguez, F. R. (2020). La formulación de problemas con texto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Conrado*, 16(74), 276-283. <http://conrado.ucf.edu.cu>.
- Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en las clases de Matemática. *Atenas*, 3(39), 64-72. <https://atenas.umcc.cu>.
- Ferrin, T. (2018). Objetos de aprendizaje para la enseñanza de las ecuaciones en matemáticas preuniversitarias, SEGUNDA PARTE. *Revista científica Dominio de la Ciencias*, 4(1), 235-248. <http://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/index>
- Jiménez, B., Matos, D., Hernández, R. (2022). Etapas para la formulación de problemas de Física por el docente. *EduSol*, 22 (especial), 285-299. <http://www.edusol.cug.co.cu>
- Labrador, D. y Maita, M. (2011). Una experiencia didáctica: el aprendizaje de ecuaciones de primer grado usando actividades lúdicas. *Investigaciones Interactivas Cobaind*, 1(4). <http://bdigital.ula.ve/storage/pdf/cobaind/v1n4/art07.pdf>
- MINED. (2023). *Precisiones de la Educación Preuniversitaria para el curso escolar 2024-2025*. La Habana.
- Morales, Y. (2022). La formación del pensamiento lógico desde la habilidad demostrar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría. *Mendive. Revista de Educación*, 20 (4), 1207-1218. Recuperado a partir de <https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/2935>.
- Rodríguez, F., Quintana, A., Naredo, R., Cuadrado, Z. y García, E. (2023). *Programa de Matemática décimo grado*. Pueblo y Educación.



- Rodríguez, F., Quintana, A., Naredo, R., Cuadrado, Z., García, E., Cárdenas, R., Martín, Y., Cuétara, Y. y Castillo, J. (2023). *Matemática décimo grado*. Pueblo y Educación.
- Román, J. (2015). *La balanza virtual como recurso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones lineales en el área de Matemáticas de los alumnos de décimo grado de Educación General Básica del Colegio Técnico Fiscal Mixto 27 de febrero de la ciudad de Loja, periodo 2013- 2014* [Tesis de Grado, Universidad Nacional de Loja].
- Talízina, F. (1992). *La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares*. Editorial Ángeles.