Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R.
Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

LA SELECCIÓN DE VÍAS RACIONALES PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

THE SELECTION OF RATIONAL VÍAS FOR THE SOLUTION OF GEOMETRIC PROBLEMS

Autores: Flora Orly Espinosa Jiménez
Yaquelín Morales Molina
Raidy Teidy Rojas Angel Bello
Institución: Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba
Correo electrónico: floraej@unica.cu

RESUMEN

El análisis y selección de vías racionales para la solución de problemas constituye una necesidad del aprendizaje de la geometría, por el aporte que hace al desarrollo del pensamiento en general y en particular a racionalizar el trabajo mental y al desempeño creativo, es una problemática actual revelada en diferentes escenarios la cual requiere de atención, en este artículo científico se socializa un procedimiento metodológico confeccionado para favorecer el análisis de las vías de solución más racionales, basado en la elaboración de un sistema de ejercicios y problemas de la asignatura Geometría Analítica que tiene en cuenta la redacción del texto para revelar la intensión del mismo, derivado de varios trabajos científicos y metodológicos. Los resultados alcanzados son satisfactorios, demostrando la pertinencia del procedimiento metodológico y su influencia positiva en la elevación del aprendizaje de los estudiantes de pregrado y posgrado.

Palabras clave: Problemas Geométricos, Vías Racionales.

ABSTRACT

The analysis and selection of rational roads for the solution of problems constitute a necessity of the learning of the geometry, for the contribution that makes to the development of the thought in general and in particular to

Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R.
Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

rationalize the mental work and to the creative acting, however, it is a current problem revealed in different scenarios which requires of attention, in such a sense in this scientific article a methodological procedure it is socialized made to favor the analysis of the most rational solution roads, based on the elaboration of a system of exercises and problems of the subject Analytic Geometry that he/she keeps in mind the writing of the text to reveal the intension of the same one, derived of several scientific and methodological works. The reached results are satisfactory, demonstrating the relevancy of the methodological procedure and their positive influence in the elevation of the learning of the regard students and postgrad.

Keywords: Geometric Problems, Rational Roads.

INTRODUCCIÓN

La importancia del estudio de la Geometría es reconocida por muchos estudiosos de la ciencia Matemática, (Jones, 2002) y (Báez e Iglesias, 2007) la consideran como uno de los pilares de formación académica y cultural del hombre, dada su aplicación en diversos contextos y su capacidad formadora del razonamiento lógico, que contribuye a desarrollar en los estudiantes habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente, argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración y desarrolla la capacidad de relacionarse con el espacio.

Para el desarrollo de las habilidades y capacidades mencionadas es fundamental entrenar a los estudiantes en la aplicación de los métodos y vías de solución de los problemas geométricos, donde se valoren varias de ellas, dando la posibilidad de analizar la más racional.

La explicación y evaluación de las vías de solución más racionales es uno de los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la ciencia geométrica, los estudiantes de manera general no llegan a hacer este tipo de análisis porque le faltan conocimientos y habilidades para tener una visión integradora de la Geometría, por ejemplo, consideran los problemas de la Geometría Analítica diferentes a los de la Sintética estudiada y no como la que les proporciona otra forma de solucionar los ya conocidos.

Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

Esto ocurre porque la enseñanza de la Geometría en la escuela suele presentarse en forma de sarticulada por abordar la Geometría Sintética y la Geometría Analítica como ramas diferentes, independiente una de la otra. Al respecto la Dra.C Marta Álvarez expresa que «en el tratamiento de los contenidos se deben crear nexos entre la Geometría sintética y la analítica, la del plano y la del espacio. En particular, los alumnos deben valorar cuándo es más racional resolver un problema por vía analítica y cuándo, por vía sintética» (Álvarez, 2014: 3).

Se ha constatado en la práctica educativa las insuficientes actividades que se ejecutan para evidenciar la complementariedad entre los métodos y técnicas de la Geometría Sintética y la Geometría Analítica. Estos vínculos son necesarios para propiciar el análisis de un problema geométrico por varias vías de solución y valorar la más racional de acuerdo a las potencialidades desarrolladas por cada estudiante.

En la búsqueda de solución de estas problemáticas se profundiza en el estudio de resultados científicos donde se refleje cómo ayudar al docente para promover en el estudiante un aprendizaje más efectivo de la geometría, se analiza la obra de (Gascón 2002), (Vargas, Gamboa, 2013), (Álvarez Pérez, 2014) y (Álvarez Rosales, 2014), las que enfatizan la importancia del estudio de la geometría y revelan la complementariedad entre los métodos analíticos y sintéticos, también se examina el trabajo de (Arnaiz, 2013) sobre la integración sistemática del contenido matemático.

Todos ellos develan métodos que contribuyen a mejorar la didáctica del profesor, sin hacer precisiones de cómo proceder en las clases de geometría para favorecer la elección de vías racionales de solución de los problemas a partir de la complementariedad de los métodos analíticos y sintéticos.

Sobre esta base se elabora un procedimiento metodológico para potenciar el análisis de vías de solución más racionales de los problemas geométricos,que le sirva al docente de modelo para diseñar acciones con estos fines,el cual se estructura sobre sistemas de ejercicios seleccionados de la asignatura Geometría Analítica para que la redacción del texto favorezca el propósito esperado.

Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

DESARROLLO

Se relacionan los referentes asumidos sobre la enseñanza de la Geometría para la toma de decisión de la propuesta. Un aspecto importante está en los planteamientos de (Gascón, 2002), el hace alusión a que «la desarticulación que existe actualmente entre la geometría sintética y la geometría analítica en la enseñanza es producto de un análisis epistemológico superficial que oculta la continuidad y complementariedad que existe entre ellas»

El autor sostiene que cuando se explora un campo de problemas de la Geometría Sintética y se introducen variaciones en dichos problemas, se evidencia que las técnicas sintéticas no son suficientes para resolverlos. Surge entonces la necesidad epistemológica y didáctica de modificar las técnicas empleadas incorporando técnicas analíticas o algebraicas propias de la Geometría cartesiana.

Es sustancial lo referido por (Álvarez Pérez, 2014) cuando apunta que para resolver un problema geométrico de cualquier naturaleza, los alumnos deben buscar relaciones y dependencias para el trazado de una estrategia de solución o la realización de una cadena de inferencias. En muchas ocasiones los alumnos dominan los conocimientos específicos que requieren, pero no saben cómo enlazarlos. Por eso es importante que el docente los ayude a que tengan una percepción global de la vía de solución a emplear y de los diferentes pasos que se deben dar para lograr el objetivo.

Estos planteamientos respaldan la necesidad de enseñar a los estudiantes a integrar el contenido conocido con el nuevo a tratar, propiciando una visión global del mismo y en el caso de los geométricos no debe desaprovecharse la oportunidad que ofrece la introducción de la Geometría Analítica para potenciar la valoración de los métodos y técnicas ya empleados en la sintética en relación con las nuevas aprendidas para que así también infieran la vía más racional.

Otro elemento importante es la teoría escrita sobre la integración sistemática del contenido matemático, donde se ha definido ejercicio o problema matemático integrador, el doctor en ciencias Ibrahim Arnaiz lo precisa del siguiente modo.

Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018
Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

«…cuando las exigencias planteadas en el mismo demandan de la aplicación integrada del contenido (tanto del nuevo como el precedente). Los ejercicios y problemas integradores tienen diferentes grados de complejidad los cuales dependen, entre otras cosas, del volumen de conocimientos y habilidades (tanto matemáticas como del pensamiento lógico) que se deben aplicar, el nivel de profundidad del contenido» (Arnaiz, 2013: 34).

Los problemas definidos de esta manera generalmente tienen varias vías de solución por lo que propicia el análisis de las más racionales. La selección adecuada de los ejercicios y problemas es un elemento esencial para lograr este empeño, pero muchas veces en la bibliografía disponible no están los necesarios o no son suficientes, esto hace que se necesite reelaborar algunos de los ya existentes o elaborar otros.

Hay que tener en cuenta que la complejidad de los ejercicios y problemas integradores debe estar en correspondencia con el nivel real de desarrollo de los estudiantes a la vez que estos deben ser un medio para propiciarlo, por lo que su selección o elaboración constituye una labor creadora del profesor.

En los contenidos geométricos muchas veces la complejidad de los ejercicios y problemas está estrechamente relacionado con el enunciado, porque inconscientemente se acostumbra a los estudiantes a relacionar el enfoque del texto con la vía de solución, si el planteamiento que se hace no involucra sistemas de coordenadas es muy probable que no se considere la vía analítica para la solución aunque esta sea más sencilla.

Hay que considerar que en algunos casos, la geometría sintética se torna insuficiente para resolver los problemas y es necesario acudir a la geometría analítica, aunque también muchas veces el abuso de los métodos y técnicas de esta última lleva a elaborar frondosas fórmulas que complican el problema innecesariamente e impiden ver la esencia geométrica del mismo. Al respecto (Gascón, 2002) expresa lo siguiente:

«Sería también muy útil proponer en el Bachillerato problemas geométricos cuya resolución fuese mucho más sencilla y «natural» con técnicas sintéticas que con técnicas analíticas. También sería necesario proponer problemas geométricos que si bien requieren la utilización de técnicas analíticas para ser resueltos con toda generalidad, necesitan de manera casi imprescindible la

Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018
Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

utilización previa de técnicas sintéticas a fin de diseñar la estrategia que se llevará a cabo posteriormente con las técnicas analíticas. Se pondría así de manifiesto otro aspecto importante de la complementariedad entre ambos tipos de técnicas» (Gascón, 2002: 24).

Todo lo expresado anteriormente indica que saber determinar la vía de solución de un problema geométrico con seguridad y eficacia no es tarea fácil, se requiere haber obtenido un amplio dominio del contenido, dígase conocimientos, habilidades y capacidades, expresada en el grado de intuición, flexibilidad y logicidad del pensamiento que permita tener un buen nivel de desarrollo de la creatividad, luego la sistematicidad de solución de problemas y ejercicios con estas exigencias es una manera de contribuir con este propósito.

En consecuencia con lo anterior se muestra un proceder metodológico para favorecer el análisis de las vías de solución más racionales, basado en la elaboración de un sistema de ejercicios y problemas de la asignatura Geometría Analítica y teniendo en cuenta la intensión que revela el texto del mismo.

Procedimiento Metodológico

1. Diagnostica el nivel de aprendizaje de los estudiantes.
2. Selecciona un conjunto de ejercicios y problemas que responda al objetivo de la asignatura.
3. Clasifica los ejercicios y problemas en :
   3.1 Ejercicios formales para fijar conceptos, relaciones y procedimientos de solución.
   3.2 Problemas de la Geometría Euclidiana que fueron resueltos por la vía sintética, priorizando los de la escuela media.
   3.3 Problemas de la Geometría Euclidiana, que no fueron resueltos por la vía sintética porque el sistema de conocimiento impartido no fue suficiente o porque la vía es muy engorrosa, priorizando los de la escuela media.
4. Formula o reformula cada ejercicio y problema por niveles de profundidad.

Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R. *Universidad&Ciencia*
Pág. 28- 39 Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
Recibido: 20/06/2018 ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
Aceptado: 10/09/2018 http://revistas.unica.cu/uciencia
Publicado: 30/12/2018

4.1 Las condiciones dadas en el enunciado de los ejercicios y problemas descubre la vía de solución y revela la aplicación de un proceder particular. (ejercicios formales).

4.2 Las condiciones dadas de los ejercicios y problemas descubren la vía de solución y revela la aplicación de un procedimiento general.

4.3 Las condiciones dadas de los ejercicios y problemas no descubren la vía de solución. Puede ser un problema de la Matemática o de aplicación a la vida cotidiana.

5. Confecciona el sistema generado por cada ejercicio y problema.

Ejemplo de un problema de demostración de una proposición geométrica redactado de tres maneras diferentes para que responda a los tres niveles de profundidad presentados.

Proposición: Las alturas de un triángulo se cortan en un punto.

1. Pruebe que las alturas del ΔLMN de vértices L(– 2; 1), M(4; 7) y N(6; -3)se cortan en un punto. (nivel 4.1)
2. Demuestre que las alturas de un triángulo se cortan en un punto, para ello sitúe el triángulo en un sistema de coordenadas cartesiano rectangular, donde se haga coincidir un lado del triángulo con el eje de las abscisa y la altura relativa a ese lado con el eje de las ordenadas. (nivel 4.2)
3. Demuestre que las alturas de un triángulo se cortan en un punto. (nivel 4.3)

Este ejemplo ilustra un sistema de tres ejercicios relacionados con la demostración de la veracidad de una proposición, encaminado al adiestramiento de los estudiantes con la técnica de asociar sistema de coordenadas a una situación geométrica dada y en la valoración de la vía de solución más racional.

Se considera que cuando se plantean los ejercicios y problemas donde están representados los tres niveles indicados, le da la posibilidad a los estudiantes trabajar aquellos que estén acorde al nivel de desarrollo alcanzado en la habilidad demostrar y de integración de los conocimientos geométricos adquiridos, así como motivarlos para pasar a un estadio superior.

Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

La proposición trabajada «las alturas de un triángulo se cortan en un punto» lo conocen los estudiantes desde grados tempranos de la enseñanza escolar, pero por lo general terminan el preuniversitario sin llegar a fundamentar ese conocimiento, porque para muchos profesores y estudiantes presentar el problema de esta manera significa resolverlo por la vía sintética, la cual es muy trabajosa y necesita de realizar construcciones auxiliares que exige un alto grado de creatividad, o de otros conocimientos que no están en el currículo escolar, a juicio de las autoras, este debe ser un problema clásico a resolver cuando los estudiantes reciban la Geometría Analítica.

Numerosos problemas de demostración de la Geometría Sintética pueden reformularse siguiendo el procedimiento mostrado, entre ellos tenemos:

1. Demuestre que el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado e igual a su mitad.
2. Prueba que los puntos medios de los lados de un paralelogramo determinan un paralelogramo.
3. Demuestre que el segmento que une los puntos medios de las diagonales de un trapecio es paralelo a las bases.
4. Demuestre que las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente.
5. Demuestre que si se unen los puntos medios de los lados de un rombo se forma un rectángulo.

Trabajar con estos tipos de problemas en la asignatura Geometría Analítica favorece además a la integración sistemática de los contenidos matemáticos, pues es un espacio ideal para reactivar en los estudiantes las propiedades de las figuras planas, posibilitando el trabajo diferenciado con los que aun presentan dificultades en ello y también con los talentosos, al proporcionarles una herramienta más para profundizar en el estudio de la Geometría y así potenciar la selección de la vía más ventajosa.

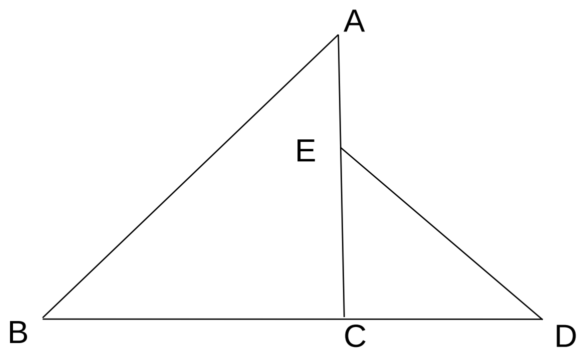
El procedimiento metodológico ha sido introducido por las autoras en la disciplina Geometría para el pregrado en la asignatura Geometría I de la carrera Matemática-Física de la Sede Pedagógica de la Universidad Máximo Gómez Báez arribando a los siguientes resultados.

1. Mayor actividad de los estudiantes en las clases prácticas.

Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R.
Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

2. Los estudiantes logran alcanzar una mejor visión integradora de la Geometría.
3. Los estudiantes pueden apreciar la racionalidad del método analítico para la solución de muchos problemas.



4. Mayor motivación para pasar de un nivel de desarrollo a otro.
5. El aprendizaje fue más significativo y duradero.
6. Le facilita al profesor la evaluación del nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes y el trabajo diferenciado con ellos.

En la propia universidad se introdujo en el postgrado a través de un curso de entrenamiento de Geometría para profesores de la disciplina y de la asignatura Didáctica del diplomado «La dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática desde la aplicación integrada del contenido». Ha sido valorado de positivo por los cursistas y consideran novedosa e interesante la forma de reformular los ejercicios y problemas.

La efectividad de la aplicación de este proceder en las clases de Geometría Analítica se pudo comprobar en la preparación de un grupo de estudiantes para las Olimpiadas universitarias donde se propusieron problemas como el siguiente:

PROBLEMA: En la figura 1$\overline{BC} = \overline{CA}, \ \overline{EC} = \overline{CD}$ y$\angle$ BCA = $\angle$DCE = 90º. Si P, Q, R y S son puntos medios de $\overline{AB}, \ \overline{BD}, \ \overline{DE} \ y \ \overline{EA}$ respectivamente, demuestre que PQRS es un cuadrado. (Tomado de la Olimpiada nacional de los Institutos Superiores Pedagógicos 2002)

Figura 1:

Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R.
Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

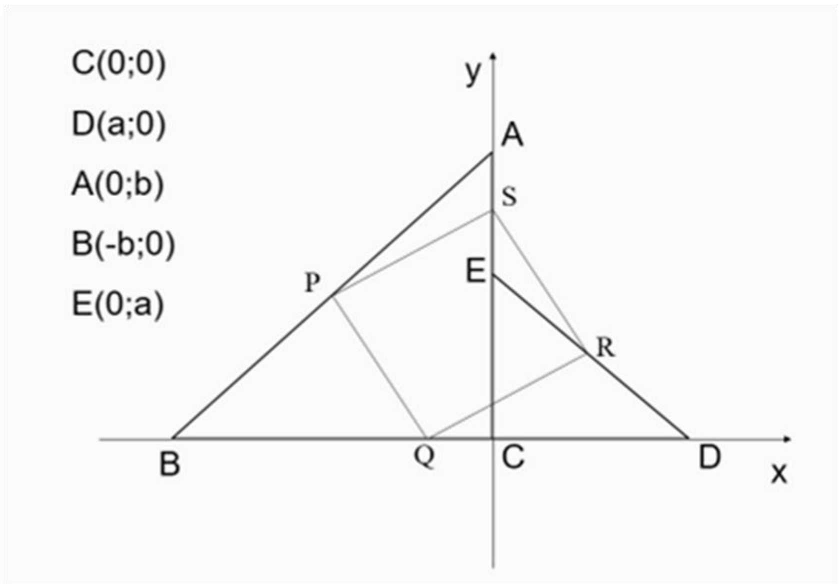
La mayoría de los estudiantes dieron la solución por la vía analítica, utilizando la técnica de asociar sistema de coordenadas a una situación geométrica dada, para ella introdujeron la figura en un sistema de coordenadas rectangulares cartesiano como muestra la figura 2.

Figura 2

Esta vía de solución requiere de creatividad pero se considera más ventajosa para el estudiante porque luego de identificada se sigue un procedimiento relativamente fácil con las herramientas que proporciona el sistema de coordenadas, por ejemplo, para probar lados iguales basta con la aplicación de la fórmula de distancia entre puntos y la existencia de ángulo recto y lados paralelos a partir del trabajo con las pendientes de los segmentos.

Utilizando el método sintético para lograr una de las caracterizaciones del concepto de cuadrado necesariamente hay que trazar líneas auxiliares, por ejemplo, si se traza el segmento AD se trabaja con las paralelas medias de los triángulos AED y ABD y se obtiene $\overline{SR} \parallel \overline{PQ}y\overline{SR} = \overline{PQ}$con esto puede afirmar que el cuadrilátero PQRS es un paralelogramo.

Para obtener dos lados consecutivos iguales entonces hay que trazar el



segmento BE donde los lados QR y PS son paralelas medias de los triángulos BDE y ABE respectivamente y luego demostrar que $\Delta BCE = \Delta ACD$ y por elementos homólogos$\overline{BE} = \overline{AC}$.

Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018
Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

Falta probar que PQRS tiene un ángulo recto, por ejemplo el $\angle QRS$, el cual puede probarse estableciendo la relación $\angle QRS = 45º + \angle RQD + \angle ERS$, donde se identifica el $\angle QRE$ exterior al ΔQDR y luego combinando las propiedades de los ángulos entre paralelas y los ángulos homólogos en triángulos iguales se llega a que $\angle QRS = 90º$.

La aplicación del método sintético hace muy trabajosa y artificiosa la solución al tener que trazar líneas auxiliares e identificar triángulos convenientes para demostrar la igualdad de ellos, además de requerir de un selectivo trabajo con los ángulos para obtener un ángulo recto.

El problema desarrollado, muestra uno de los casos donde la aplicación del método analítico es más ventajoso para su solución, es por ello, que la selección de esta vía se considera la más racional, tanto por la síntesis del trabajo mental como por la extensión de la respuesta.

CONCLUSIONES

Los referentes teóricos, metodológicos y prácticos considerados para favorecer el análisis de las vías más racionales de solución de los problemas geométricos, permitieron concretar un procedimiento metodológico basado en la elaboración de un sistema de ejercicios y problemas de la asignatura Geometría Analítica que tuvo en cuenta la redacción del texto para revelar la intensión del mismo.

Se ha constatado la factibilidad de la aplicación del procedimiento metodológico en las clases de Geometría Analítica y en ellas se ha revelado que es esencial para lograr los objetivos de la disciplina, porque permite precisar el nivel de desarrollo que va alcanzando los estudiantes en la determinación de los métodos adecuados para resolver los problemas geométricos en correspondencia con la profundidad del contenido, propiciando la selección de vías de solución más racionales desde una visión integradora de la Geometría.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

ÁLVAREZ PÉREZ, M.: *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática (Documentos metodológicos)*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2014.

Espinosa, F.; Morales, Y. & Rojas, R.
Pág. 28- 39
Recibido: 20/06/2018
Aceptado: 10/09/2018
Publicado: 30/12/2018

Universidad&Ciencia
Vol. 8, No. 1, diciembre-marzo (2019)
ISSN: 2227-2690 RNPS: 2450
http://revistas.unica.cu/uciencia

ÁLVAREZ ROSALES, M.: *Relación entre geometría sintética y analítica y TIC'S: análisis matemático-didáctico de una actividad*, Memoria presentada para optar por el título de Especialista en Didáctica de las Ciencias con orientación en Matemática, Universidad nacional de general Sarmiento, 2014. Disponible en http://www.ungs.edu.ar/ms_idh/wp-content/uploads/2014/10.pdf. Visitado el 21 de marzo de 2017.

ARNAIZ, I.: *La integración sistemática de los contenidos matemáticos*, En Libro Electrónico, Temas de Didáctica de la Matemática (32-41), Ciego de Ávila, 2013.

BÁEZ, R.; IGLESIAS, M.: «Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL», en *El Mácaro, Revista Enseñanza de la Matemática*, Vol. 12 al 16, Número extraordinario, pp.67-87, 2007.

GASCÓN, J.: «Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados?», en *Suma, Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, en tomo 39, pp.13-25, Barcelona, 2002.

VARGAS, G. Y GAMBOA, R.: «El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría», en *UNICIENCIA*, Vol. 27, No. 1, pp.74-94, Enero – junio 2013 Disponible en http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia.Visitado el 21 de marzo de 2017.

JONES, K.: *Issues in the Teaching and Learning of Geometry*, En L. Haggarty (Ed.), Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice, London, Routledge Falmer, pp.121-139, 2002.