

PROBABILIDAD DE LA LLUVIA MÁXIMA DIARIA MEDIANTE LA FUNCIÓN GAMMA COMPLETA E INCOMPLETA DAILY MAXIMUM RAIN PROBABILITY BY MEANS OF COMPLETE AND INCOMPLETE GAMMA FUNCTION

Autores: Oscar Brown Manrique

Evelio Báez Arza

Juan Antonio Martín Alfonso

Yurisbel Gallardo Ballat

Institución: Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez, Cuba.

Correo electrónico: obrown@unica.cu

eveliod@unica.cu

jamartin@unica.cu

gallardo@unica.cu

RESUMEN

Se muestran los resultados de una investigación realizada en el municipio Ciego de Ávila, Cuba consistente en el ajuste de la precipitación máxima diaria anual a la función Gamma completa y los datos de precipitación máxima diaria mensual a la función de distribución Gamma incompleta compuesta por la distribución Gamma completa y la función mixta; esta última formada por la probabilidad de los días sin lluvias y la probabilidad de los días con lluvias, en cada caso las funciones se sustentaron en la solución de máxima verosimilitud. Los resultados alcanzados demuestran que la función Gamma completa se pudo ajustar a la serie de lluvias máximas diarias anuales de forma satisfactoria y la función Gamma incompleta se ajustó satisfactoriamente las lluvias máximas diarias mensuales con precipitaciones nulas en el entorno de 20 y 29 días en los diferentes meses del año.

Palabras clave: Distribución de probabilidad, Lluvia máxima diaria, Pronóstico.

ABSTRACT

The results of an investigation carried out in the Ciego de Ávila municipality, Cuba are shown. This consisted in the adjustment of the annual daily maximum precipitation to the complete Gamma function and the data of monthly daily maximum precipitation to the incomplete Gamma function composed by the complete Gamma function and the mixed function; this last one formed by the probability of the days without rains and the

probability of the days with rains; in each case the functions were sustained in the solution of maximum verisimilitude. The reached results demonstrate that the complete Gamma function can adjust the series of annual daily maximum rains in a satisfactory way and the function of distribution incomplete Gamma adjusted the monthly daily maximum rains satisfactorily with null precipitations in the environment of 20 and 29 days in the different months of the year.

Keywords: Distribution of probability, Daily maximum rain, Prediction.

INTRODUCCIÓN

El agua que cae desde la atmosfera sobre la superficie terrestre en forma de lluvia, nieve y granizo esencialmente, se conoce como precipitación; se incluyen otras formas de precipitación como el rocío y la escarcha, que en algunas regiones constituyen una parte pequeña pero apreciable de la precipitación total (Román, 2018).

La precipitación es una parte importante del ciclo hidrológico, porque lleva el agua dulce a la parte emergida de la corteza terrestre; por lo que favorece la vida en el planeta Tierra ya que constituyen la principal entrada de agua a una cuenca; por eso, su estudio es esencial para cuantificar los recursos hídricos, la previsión de avenida, el diseño de obras hidráulicas, estudios de erosión etc. (Sánchez, 2012). Esta se genera en las nubes, cuando se alcanza el punto de saturación, el cual propicia que las gotas de agua aumenten de tamaño y masa hasta poder precipitar por la acción de la fuerza de gravedad (Olivares, 2015).

Esta variable hidrológica se puede caracterizar a través de su frecuencia o probabilidad de ocurrencia, siendo necesario disponer de un gran número de observaciones extraídas de series pluviográficas para la deducción del patrón de comportamiento en una zona determinada y el análisis o uso posterior (Abarza, 2001). Esta caracterización de las precipitaciones es de suma importancia para el análisis de los procesos hidrológicos y los relacionados con la erosión, las pérdidas de suelo y el riesgo para la población a partir de que la reducción de los días de lluvia generalmente están asociados con eventos de alta intensidad que aportan un alto porcentaje de la precipitación total anual, lo que supone una mayor frecuencia de sequías, inundaciones y en general un mayor impacto sobre los recursos hídricos (Máyer y Marzol, 2014; Brown *et al.*, 2017).

Las distribuciones de probabilidad están relacionadas con la distribución de frecuencias; por tanto son distribuciones de frecuencias teórica que describen la forma en que se espera que varíen los resultados de una variable climatológica; por lo que resultan ser modelos útiles para hacer inferencias y tomar decisiones de incertidumbre (Badii y Castillo, 2009).

En la actualidad hay suficientes evidencias que demuestran la existencia de un cambio climático a escala global, por lo tanto, éste es un tema de gran interés para muchos países del mundo; por tanto un aspecto que contribuye demostrar la presencia de un cambio climático, es el análisis de las tendencias de variables climáticas como las precipitaciones, considerando diferentes escalas de tiempo y espacio (Méndez, Návar y González, 2008).

Los estudios relacionados con el análisis probabilístico de las precipitaciones constituyen una herramienta importante para futuros estudios hidrológicos e hidráulicos relacionados con el balance hídrico, la determinación de la potencialidad de sequías climatológicas, la planificación del recurso hídrico y la propuesta de planes de ordenamiento urbano y agrícola con fines de abastecimiento e irrigación (Dorado *et al.*, 2006).

En Cuba se han desarrollado numerosas investigaciones para el estudio de la variabilidad de la precipitación a partir de modelos probabilísticos como las funciones de distribución Gumbel y otras para valores extremos de esta variable; sin embargo, no se cuentan con estudios suficientes que relacionen la probabilidad de la lluvia máxima diaria con la distribución gamma. En este sentido, el objetivo del trabajo consiste en determinar la probabilidad de la lluvia con la función gamma completa e incompleta, que permita emitir pronósticos estacionales e hiperanuales de la precipitación con utilidad para los usuarios de los sectores hidráulicos, hidroenergéticos, agropecuario y turístico fundamentalmente.

MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación se desarrolló en el municipio Ciego de Ávila el cual limita al Norte y Este con el municipio Ciro Redondo al Sur y al Este con los municipios Venezuela y Baraguá, al Oeste con el municipio de Majagua. Sus coordenadas geográficas son 21°50'53" de Latitud Norte y 78°45'47" de Longitud Oeste. Su extensión superficial es de 444,6 km² y tiene un relieve fundamentalmente llano, con un promedio de altitud

sobre el nivel del mar de 27 metros.

La investigación analizó una serie de 30 años de observaciones sistemáticas de precipitaciones diarias promedio del municipio Ciego de Ávila correspondiente a los pluviómetros CA-87; CA-102; CA-722 y CA-894 (Figura 1) que comprendió el periodo de 1983 al 2012; pudiéndose contar con un total de 10950 datos obtenidos de la Empresa de Aprovechamiento Hidráulico de Ciego de Ávila (EAH-CAV).

La homogeneidad de la serie de lluvia se comprobó mediante la prueba de hipótesis a través del test *T Student* para varianzas de dos submuestras según sugerencias de González *et al.*, (2007).

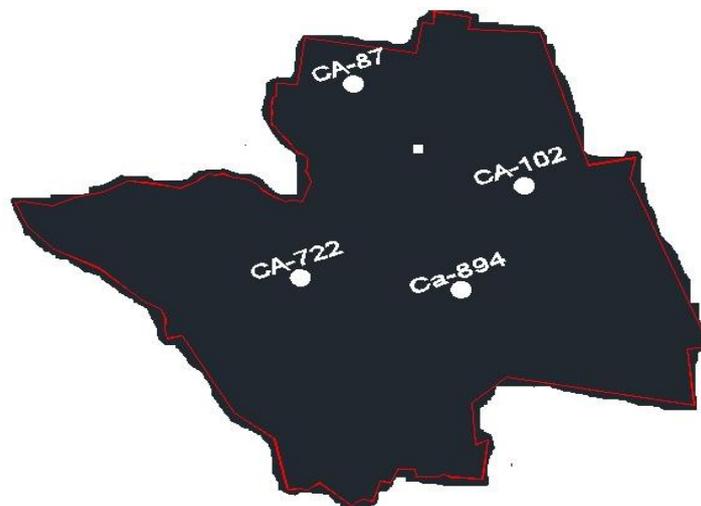


Figura 1. Ubicación de los pluviómetros dentro del municipio.

Se aplicó la técnica de estadística descriptiva para analizar los estadígrafos fundamentales de la serie de lluvias para escala de tiempo diaria, mensual y anual (Escalante y Amores, 2013). Se estimaron los estadígrafos siguientes: Media, Desviación estándar y Coeficiente de variación mediante las ecuaciones siguientes:

$$P_m = \frac{\sum P_i}{N} \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (P_i - P_m)^2}{N - 1}} \quad (2)$$

$$C_v = \frac{\sigma}{P_m} 100 \quad (3)$$

Donde:

P_m : Precipitación media de las series de estudio (mm).

P_i : Precipitación correspondiente al día, mes o año i (mm).

σ : Desviación estándar de las series de estudio (mm).

Cv: Coeficiente de variación de las series de estudio (%).

N: Número de días, mes o años de la serie de datos.

Las rachas de secuencias lluviosas se determinaron mediante el método de las rachas (Azorín, 2005) el cual define a la racha como el período de tiempo constituido por días consecutivos de precipitación. Este se determinó a través de la contabilización del número absoluto de secuencias de días de lluvia igual o superior a 0,10 mm durante cada mes y año en el período de estudio. Se consideró como un día con lluvia a la precipitación nula comprendida entre dos días con lluvias.

La ecuación Gamma completa para el ajuste de las precipitaciones máximas en una escala de tiempo mensual y anual puede ser escrita según Villón (2012) y Soret, Navarrete y Díaz (2015) de la forma siguiente:

$$G(p) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} P_i^{\alpha-1} e^{-\frac{P_i}{\beta}} \quad (4)$$

Donde:

$G(p)$: Función de densidad de probabilidad para la función Gamma completa.

α : Parámetro de forma.

β : Parámetro de escala

P_i : Precipitación (mm).

Los parámetros α y β de la función de densidad probabilidad se estimaron mediante la aproximación de Thom (Bidegain y Díaz, 2011) con la solución de máxima verosimilitud a partir de las ecuaciones siguientes:

$$P_m = \frac{\sum P_i}{N} \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{1}{4A} \left[1 + \sqrt{\left(1 + \frac{4A}{3} \right)} \right] \quad (6)$$

$$\beta = \frac{P_m}{\alpha} \quad (7)$$

$$A = \ln(P_m) - \frac{\sum \ln(P_i)}{N}; \quad P_i \neq 0 \quad (8)$$

Donde:

A: Variable auxiliar para estimar α en la función Gamma completa.

P_i : Precipitación (mm).

P_m : Precipitación media (mm).

N: número total de datos en la serie de distribución.

La función de densidad probabilidad se resolvió con la función Gamma inversa que es una aplicación de la herramienta Microsoft Office Excel 2013. Esta se escribe de la forma siguiente:

$$P_i = \text{DISTR.GAMMA.INV}(T; \alpha; \beta) \quad (9)$$

$$T = 1 - \frac{1}{P_r} \quad (10)$$

Donde:

P_i : Precipitación simulada para un determinado periodo de retorno (mm).

T: Periodo de retorno (años).

P_r : Probabilidad de ocurrencia de una precipitación con un valor determinado.

El ajuste de la función gamma incompleta a los datos de la serie de precipitaciones diarias, se realizó mediante el test de Kolmogorov-Smirnov (González *et al.*, 2007).

En la investigación se realizó el ajuste de los datos de lluvias diarias a la función gamma incompleta debido a la ocurrencia de meses con precipitaciones cero, que no permiten que la función de distribución normal represente bien la serie histórica; además es la que logra el mejor resultado en el ajuste de los datos de lluvias diarios (Bidegain y Díaz, 2011). Teniéndose en cuenta que en la serie de datos de lluvias diarias aparecen valores nulos fue necesario crear una función mixta que se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$H(p) = q + p.G(p) \quad (11)$$

La función mixta referida anteriormente está compuesta por la probabilidad de los días sin lluvias o valor nulo (q) y la probabilidad de los días con lluvias o valor no nulo (p); estas se escriben como:

$$q = \frac{N_0}{N} \quad (12)$$

$$p = 1 - q \quad (13)$$

Donde:

q : Probabilidad de los días sin lluvias o con precipitaciones nulas.

p : Probabilidad de los días con lluvias o con precipitaciones no nulas.

N : Número total de datos en la serie de distribución.

N_0 : Número total de días sin lluvia en la serie de distribución.

Los parámetros α y β de la función de densidad probabilidad se estimaron también por la aproximación de Thom (Bidegain y Díaz, 2011); pero la variable auxiliar (A) sufre una leve modificación la reemplazar N por ND_{LL} como se muestra en la ecuación siguiente:

$$A = \ln(P_m) - \frac{\sum \ln(P_i)}{ND_{LL}}; \quad P_i \neq 0 \quad (14)$$

$$ND_{LL} = N - N_0 \quad (15)$$

Donde:

ND_{LL} : Número total de días con lluvias en la serie de distribución.

P_i : Precipitación diaria (mm).

P_m : Precipitación media (mm).

La función mixta función mixta se resolvió con la función gamma inversa que es una aplicación de la herramienta Microsoft Office Excel 2013 teniéndose en cuenta las ecuaciones siguientes:

$$G(p) = P_r = \frac{H(p) - q}{p} \quad (16)$$

$$P_i = \text{DISTR.GAMMA.INV}(P_r; \alpha; \beta) \quad (17)$$

$$T = \frac{1}{G(p)} \quad (18)$$

Donde:

$H(p)$: Función de distribución mixta de la serie.

$G(p)$: Función de frecuencia relativa a los $N - N_0$ términos distintos de cero.

P_r : Probabilidad de ocurrencia de una precipitación con un valor determinado.

T : Periodo de retorno (años).

El ajuste de la función gamma incompleta a los datos de la serie de precipitaciones diarias, se realizó mediante el test de Kolmogorov-Smirnov (Simard y L'Ecuyer, 2011).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Comportamiento de la homogeneidad de la serie de precipitaciones

En la investigación se demostró mediante la prueba de homogeneidad *T Student* que la serie de precipitaciones anuales correspondiente al municipio Ciego de Ávila es homogénea; debido a que el estadígrafo calculado (T) es menor que su valor crítico (T_c) y la probabilidad (P) es mayor que el valor de α para el 5 %; por lo que se rechaza la hipótesis alternativa y se acepta la hipótesis de nulidad.

Análisis descriptivo de las precipitaciones

En la Figura 2 se expone el valor promedio mensual de las lluvias en el municipio Ciego de Ávila. Se observa que en el denominado periodo seco (noviembre-abril) la magnitud de las precipitaciones mensuales estuvieron por debajo de 50,0 mm excepto en noviembre que presenta un valor de 60,3 mm. El promedio de este periodo es de 41,1 mm. En el caso del llamado periodo húmedo (mayo-octubre) los valores de las precipitaciones mensuales se incrementan desde 118,2 mm a 231,3 mm. Los meses de julio y octubre aportan valores de lluvias de 125,2 y 133,7 mm respectivamente; seguidos por mayo y agosto con valores similares de 168,9 mm; mientras que los meses de junio y septiembre son los más pluviosos con 231,0 y 200,2 mm respectivamente.

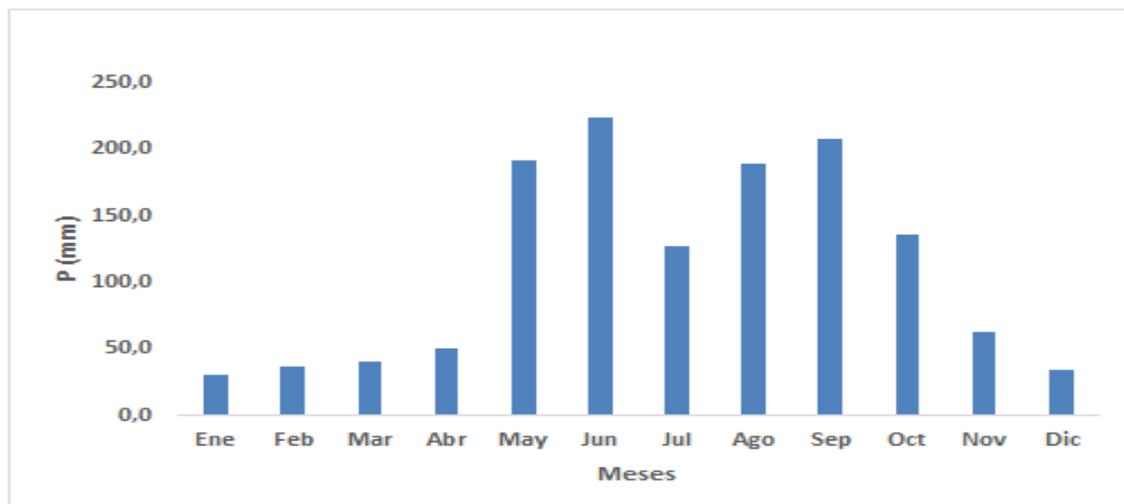


Figura 1. Valor de las lluvias mensuales en el municipio Ciego de Ávila.

En la Tabla 1 se muestra el comportamiento de las precipitaciones anuales y máximas diarias en el municipio Ciego de Ávila. En cuanto a las precipitaciones anuales se observa que la media hiperanual es de 1324,7 mm con un coeficiente de variación de 21,9 %. El valor máximo se alcanzó en el año 1988 con 1944,0 mm y el mínimo en el

año 2004 con 764,7 mm. Las precipitaciones máximas diarias alcanzaron un valor medio hiperanual de 313,6 mm con un coeficiente de variación de 24,3 %. Su valor máximo es de 551,5 mm obtenido en el año 1988 y el mínimo es de 201,1 mm correspondiente al año 2004.

Tabla 1. Comportamiento de las precipitaciones anuales y máximas diarias.

Estadísticos	Anual (mm)	Máximas diarias (mm)
Media (mm)	1324,7	313,6
Mediana (mm)	1297,6	290,6
Desviación estándar (mm)	289,9	76,2
Varianza (mm)	84015,8	5805,2
Coeficiente de variación (%)	21,9	24,3
Mínimo	764,7	201,1
Máximo	1944,0	551,5

Análisis de las rachas lluviosas

En la Figura 2 se exponen los resultados del número de días con lluvias (ND_{LL}), número de rachas lluviosas (N_R) y longitud de las rachas lluviosas (L_R). Se observa que el número de días con lluvias con los valores más bajos se encontraron en los meses de febrero, marzo y abril con 5 días; en los meses de junio, agosto y octubre se tuvieron 14 días; pero septiembre se presentó con el mayor valor con 16 días con lluvias.

El número de rachas lluviosas más bajas fue de una racha y se encontró en los meses de febrero, marzo abril y diciembre; sin embargo, en los meses de junio, julio, agosto, septiembre y octubre apareció el valor más elevado con tres rachas lluviosas.

En el caso de la longitud de las rachas, se demostró que enero, febrero, marzo y abril tuvieron 3 días con lluvias sucesivas; mientras que en mayo, junio y agosto fue de 8 días; sin embargo, en septiembre se encontró el mayor valor con 11 días con lluvias sucesivas.

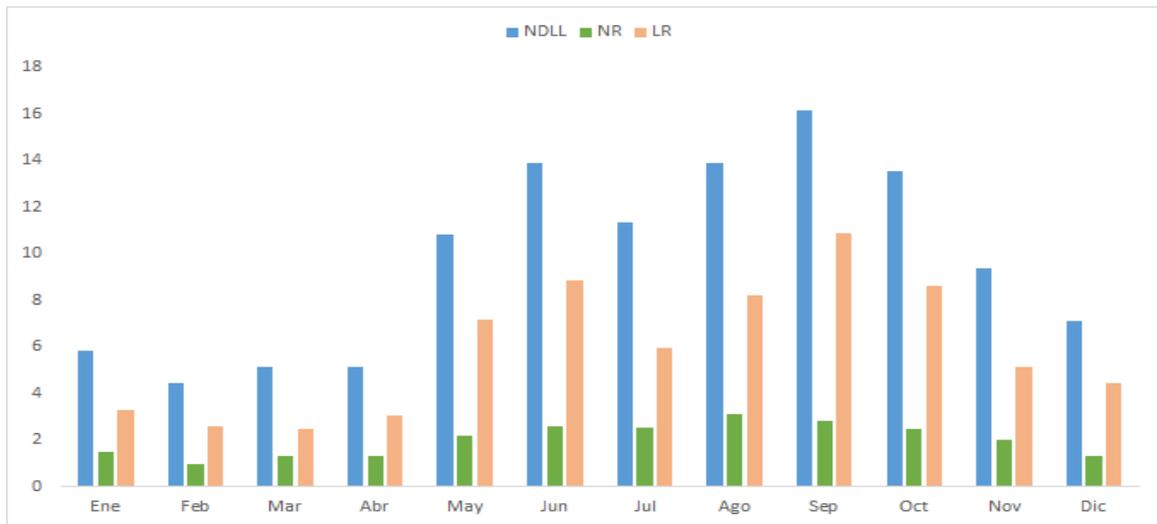


Figura 2. Número de días con lluvias, número de rachas y longitud de las rachas.

En la Figura 3 se comprueba que las precipitaciones totales más bajas asociadas a las rachas lluviosas se encontraron en los meses de enero, febrero, marzo y diciembre con valores entre 16,0 a 19,0 mm; sin embargo, en junio, agosto y septiembre los valores oscilan entre 106,0 mm y 143,0 mm.

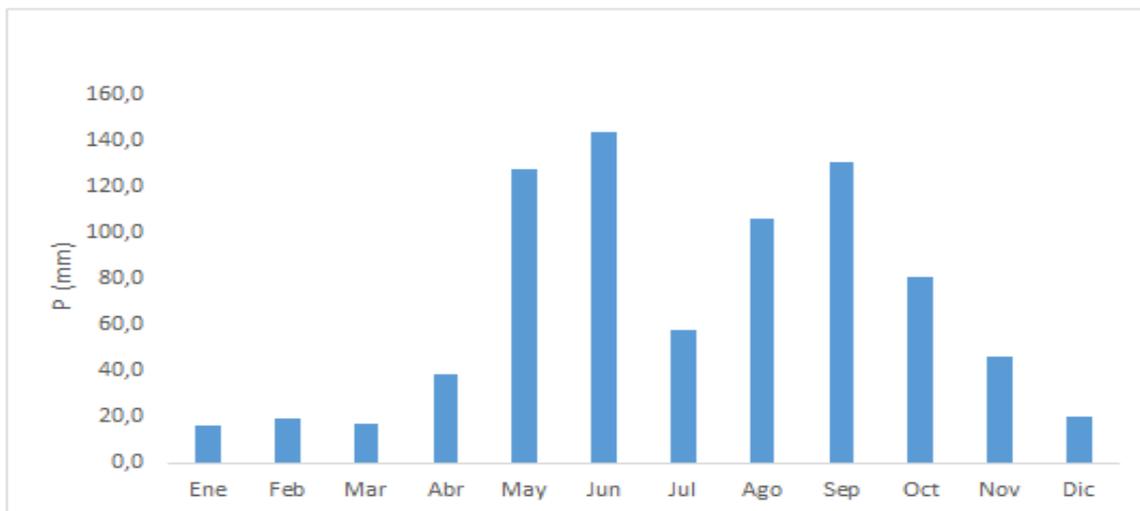


Figura 3. Precipitaciones asociadas a las rachas lluviosas.

Análisis del ajuste de las lluvias a la distribución Gamma completa

La Figura 4 muestra el comportamiento de los datos de precipitaciones máximas diarias anuales ajustadas a la distribución Gamma completa para los periodos de retorno desde 1 año hasta 500 años. Se obtuvo que en el periodo de retorno de 1 año (probabilidad de 100 %) la precipitación es de 300,2 mm; en el periodo de retorno de 10 años (probabilidad de 10 %) la precipitación es de 400,6 mm; en el periodo de

retorno de 100 años (probabilidad de 1%) la precipitación es de 500,3 mm y en el periodo de retorno de 500 años (probabilidad de 0,20 %) la precipitación es de 550,4 mm.

Este resultado tiene un gran valor práctico porque permite el pronóstico de la lluvia diaria máxima para las probabilidades comprendidas en el entorno de 0,20 % a 100 % de probabilidad. Esta curva se adecuó excelentemente a la función potencial $P=107,89T^{0,1423}$ la cual presenta alta confiabilidad, sustentado en el valor elevado del coeficiente de determinación (R^2) igual a 0,9533, lo que se corresponde con los resultados expuesto por Skansi *et al.* (2005) quienes comprobaron que la utilización de la función gamma es una opción viable para la mayoría de las estaciones consideradas porque en casi todos los casos el ajuste fue aceptado. Por su parte, Kao y Govindaraju (2007) encontraron un comportamiento muy similar entre las funciones de Gumbel y Gamma, aunque cuando se utiliza la función Gamma inversa, se obtienen mejores resultados respecto a Gumbel.

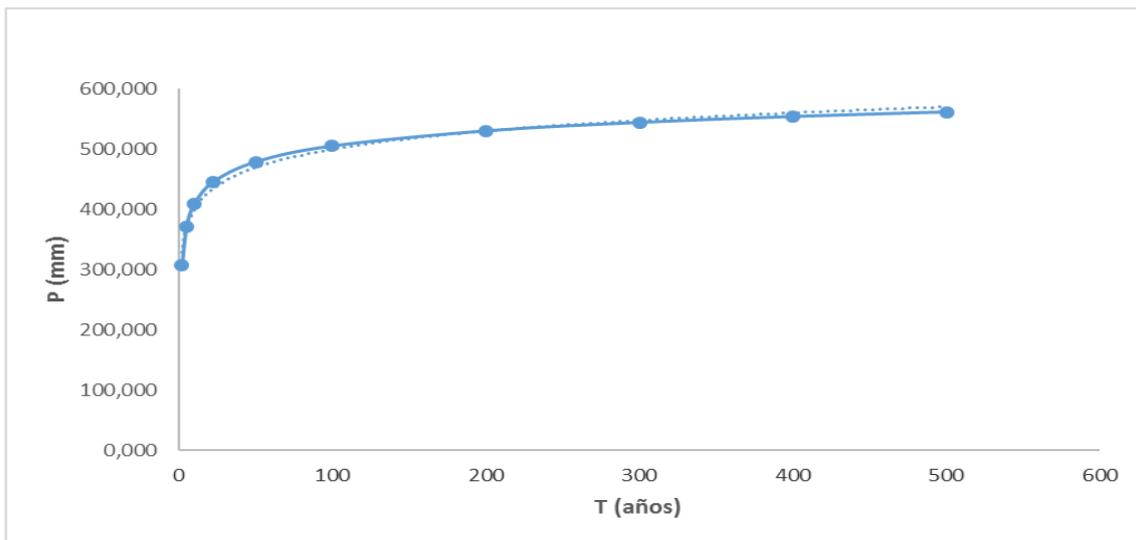


Figura 4. Distribución Gamma completa de las lluvias máximas diarias.

En la Tabla 2 se presentan los parámetros para el ajuste de las precipitaciones máximas diarias anuales a la función de distribución Gamma completa. Los valores encontrados fueron: $P_m = 108,983$ mm; $A = 0,060$; $\alpha = 8,452$ y $\beta = 12,895$. La validez del ajuste también se demostró a través de los valores calculados del estadígrafo de Kolmogorov-Smirnov (Δ) que fue de 0,141; siendo menor que el estadígrafo crítico (Δ_0) con valor de 0,248. Esto indica que la función de distribución Gamma completa es

confiable para su utilización con fines de pronóstico de la probabilidad de la precipitación máxima diaria anual.

Análisis del ajuste de las lluvias a la distribución Gamma incompleta

En la Tabla 2 se presentan los parámetros para el ajuste de las precipitaciones máximas diarias mensuales a la función de distribución Gamma incompleta, la cual se compone de la función Gamma completa y la función mixta, la cual se utiliza porque todos los meses en el periodo analizado de 30 años presentaron valores nulos de precipitaciones diarias. Esto concuerda con lo expresado por Bidegain y Díaz (2011) referente a que con valores iguales a cero no es posible el cálculo del parámetro A , debido a que el logaritmo de cero es infinito; por lo que es necesario crear la función mixta $H(p)$, compuesta de la probabilidad de los días sin lluvias o con precipitaciones nulas (q) y la probabilidad de los días con lluvias o con precipitaciones no nulas (p).

Tabla 2. Parámetro de la función Gamma incompleta para las lluvias máximas diarias mensuales.

Mes	P_m (mm)	A	α	β	q	p
Noviembre	12,631	2,178	0,372	40,144	0,897	0,103
Diciembre	2,521	0,305	1,185	2,523	0,781	0,219
Enero	2,702	0,643	0,937	3,597	0,839	0,161
Febrero	9,297	1,935	0,396	27,715	0,942	0,058
Marzo	11,860	1,902	0,443	39,255	0,910	0,090
Abril	13,342	2,191	0,355	43,273	0,923	0,077
Mayo	16,273	0,961	0,595	29,801	0,594	0,406
Junio	10,447	0,886	0,675	16,843	0,581	0,419
Julio	18,675	2,283	0,335	57,876	0,735	0,265
Agosto	18,084	2,140	0,355	54,985	0,703	0,297
Septiembre	17,745	2,037	0,367	49,496	0,652	0,348
Octubre	17,762	2,225	0,351	54,253	0,716	0,284

En esta propia tabla se observa que es posible definir cuatro grupos acorde con la tendencia del comportamiento de los valores de los parámetros de la función de distribución: grupo I (diciembre-enero), grupo II (noviembre-abril), grupo III (mayo-junio) y grupo IV (julio octubre). De esta manera los parámetros de la función Gamma incompleta pueden estructurarse como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Parámetro de la función Gamma incompleta acorde con los cuatro grupos definidos.

Periodo	P_m (mm)	A	α	β	q	p
Grupo I	2,612	0,474	1,061	3,060	0,810	0,190
Grupo II	11,782	2,051	0,391	37,597	0,918	0,082
Grupo III	13,360	0,924	0,635	23,322	0,587	0,413
Grupo IV	18,066	2,171	0,352	54,152	0,702	0,298

La Figura 5 muestra el comportamiento de los datos de precipitaciones máximas diarias mensuales ajustadas a la distribución Gamma incompleta para los periodos seco y húmedo del año hidrológico. Se observa que en el periodo húmedo el valor de los parámetros P_m , β y A es superior al obtenido en el periodo seco; pero en el caso de P_m y β es prácticamente el doble respecto al periodo seco. El valor de la probabilidad de los días sin lluvias o con precipitaciones nulas (q) es mayor en el periodo seco con 0,670 (67,0 %) por lo que se tienen como promedio 21 días del mes sin lluvias; sin embargo la probabilidad de los días con lluvias o con precipitaciones no nulas (p) es mayor en el periodo húmedo con 0,327 (32,7 %) por lo que se tienen como promedio 10 días del mes con lluvias.

Bidegain y Díaz (2011) justifican la utilización de la función de distribución Gamma incompleta, porque la precipitación diaria no tiene una distribución normal; por lo que usualmente se emplea la distribución Gamma que es asimétricas y sesgadas a la derecha por los cero de la variable como ocurre en esta investigación, donde la presencia de días con precipitaciones nulas es elevado en todos los meses y oscila entre 20 y 29 días en los diferentes meses del año.

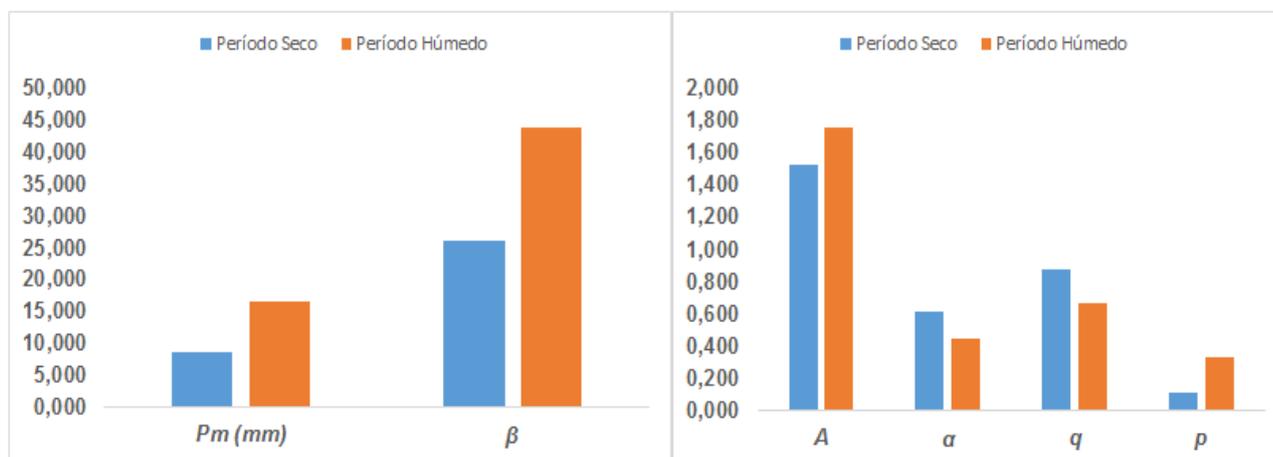


Figura 5. Parámetros de la función Gamma incompleta en los periodos seco y húmedo.

La Figura 6 expone el comportamiento de las precipitaciones máximas diarias mensuales ajustadas a la distribución Gamma incompleta para los periodos de retorno desde un año hasta cuatro años. Se obtuvo que en el periodo de retorno de 1 año (probabilidad de 75 %) la precipitación es de 23,2 mm; en el periodo de retorno de 2 años (probabilidad de 50 %) la precipitación es de 8,0 mm; en el periodo de retorno de 3 años (probabilidad de 33 %) la precipitación es de 2,9 mm y en el periodo de retorno

de 4 años (probabilidad de 0,25 %) la precipitación es de 1,8 mm. Esta curva se ajustó excelentemente a la función potencial $P=42,944T^{2,318}$ la cual presenta alta confiabilidad, sustentado en el valor elevado del coeficiente de determinación (R^2) igual a 0,9972.

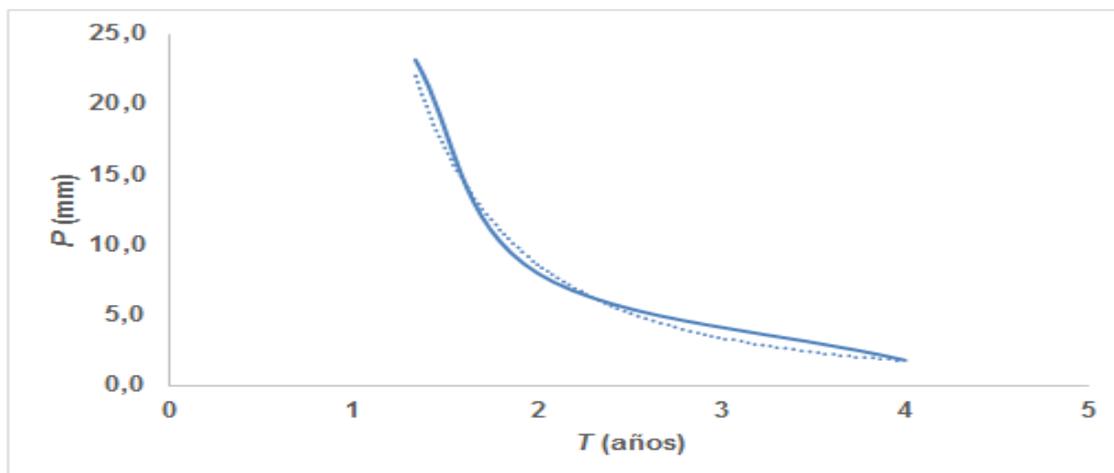


Figura 6. Distribución Gamma incompleta de las lluvias máximas diarias mensuales

CONCLUSIONES

- Las precipitaciones anuales promedios fueron de 1324,7 mm con un mínimo de 764,7 mm en el año 2004, un máximo de 1944,0 mm en el año 1988 y un coeficiente de variación de 21,9 %.
- El número de días con lluvias fue de cinco en los meses de febrero, marzo y abril y 14 en los meses de junio, agosto y octubre; pero se elevó a 16 en el mes de septiembre.
- El número de rachas lluviosas fue de 1 en los meses de febrero, marzo abril y diciembre; sin embargo, llegó hasta 3 en los meses de junio, julio, agosto, septiembre y octubre.
- La longitud de las rachas lluviosas fue 3 días con lluvias sucesivas en los meses de enero, febrero, marzo y abril; 8 días con lluvias sucesivas en los meses de mayo, junio y agosto; pero se incrementó a 11 días con lluvia sucesivas en el mes de septiembre.
- Las precipitaciones totales asociadas a las rachas lluviosas oscilaron entre 16,0 a 19,0 mm en los meses de enero, febrero, marzo y diciembre; sin embargo, en los meses de junio, agosto y septiembre los valores se incrementan entre 106,0 y 143,0 mm.

- La función de distribución Gamma completa puede ajustar series de lluvias máximas diarias anuales de forma satisfactoria.
- La función de distribución Gamma incompleta ajustó satisfactoriamente las lluvias máximas diarias mensuales donde los días con precipitaciones nulas oscilaron entre 20 y 29 días en los diferentes meses del año.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABARZA, A. (2001). Análisis comparativo de las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF), en seis estaciones pluviográficas distribuidas en la zona cordillerana andina y el valle central de la VII región de Chile. Ed. Universidad de Talca, Talca, Chile, pp.105.
- AZORÍN, C. (2005). Análisis Probabilístico de la Persistencia de los días de Lluvias en Villena (Alicante) durante la primavera de 2004. Investigaciones Geográficas, No. 37, Alicante, España, pp.111-126.
- BADII, M. H. y Castillo, J. (2009). Distribuciones probabilísticas de uso común. *Daena: International Journal of Good Conscience*, Vol.4, No. 1, pp.149-178.
- BIDEGAIN, M. y Díaz, A. (2011). Análisis Estadístico de Datos Climáticos. Distribuciones de Probabilidad. Montevideo, Uruguay : Ed. Universidad de la República, pp.32.
- BROWN, O. ...[et al.] (2017). Caracterización de precipitaciones diarias en el municipio de Ciego de Ávila, Cuba. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, Vol. 38, No. 2, La Habana, pp. 44-58.
- DORADO, J. ...[et al.] (2006). Ajuste de modelos probabilísticos para el estudio de la variabilidad espacio-temporal de la precipitación: caso de estudio sistema Sara-Brut. *Meteorología Colombiana*, No. 10, Bogotá, Colombia, pp. 60-75.
- ESCALANTE, C. y AMORES, L. (2013). Análisis de la precipitación en la costa de Chiapas. XI Congreso Internacional de Ingeniería Hidráulica y VII Seminario Internacional del Uso del Agua. Ciego de Ávila, Cuba, pp.12.
- GONZÁLEZ, L. ...[et al.] (2007). Temas de Hidrología Superficial para Ingenieros. La Habana : Ed. Félix Varela, pp. 316.
- KAO, S. y GOVINDARAJU, S. (2007). A Bivariate Frequency Analysis Of Extreme rainfall With Implications For Design. *Journal Of Geophysical Research*, Vol. 112, No. 13119, pp.15.

- MÁYER, P. y MARZOL, M. V. (2014). La concentración pluviométrica diaria y las secuencias lluviosas en Canarias: dos factores de peligrosidad. *Boletín de la Asociación de Geógrafos Españoles*, No. 65, Madrid, España, pp. 231-247.
- MÉNDEZ, J., NÁVAR, J.J. y GONZÁLEZ, V. (2008). Análisis de tendencias de precipitación (1920-2004) en México. *Boletín del Instituto de Geografía, UNAM. Investigaciones Geográficas*, No. 65, México, pp. 38-55.
- OLIVARES, B. (2015). Importancia de las precipitaciones. Principessa. Disponible en: [www.http://principessa1105.blogspot.com](http://principessa1105.blogspot.com). Visitado el 28 de enero de 2015.
- ROMÁN, F. (2018). Precipitaciones. Universidad de Salamanca, España. Disponible en www.hidrologia.usal.es/temas/Precipitaciones.pdf. Visitado el 13 de julio de 2018.
- SÁNCHEZ, F. (2012). Precipitaciones. Departamento de geología. Universidad de Salamanca, España. Disponible en <http://web.usal.es/javisan/hidro>. Visitado el 11 de marzo de 2012.
- SIMARD, R. y L'ECUYER, P. (2011). Computing the Two-Sided Kolmogorov-Smirnov Distribution. *Journal of Statistical Software*, Vol. 39, No. 11, pp.46-58.
- SKANSI, M. M., ... [et al.] (2005). Métodos de estimación de percentiles. IX Argentine Congress of Meteorology, Buenos Aires, Argentina, pp.10.
- SORET, D., NAVARRETE, C. F. y DÍAZ, J. L. (2015). Ajustes de distribuciones probabilísticas para la variable temperatura media multianual para el departamento de Boyacá Colombia. *Revista Ingeniería y Región*, Vol. 14, No. 2, Bogotá, Colombia, pp.125-142.
- VILLÓN, M. (2012). HidroEsta, software para cálculos hidrológicos. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, Vol. 12, No. 2, pp.1-8.