

**PERSPECTIVA METODOLÓGICA PARA EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR DERIVADAS EN LA FORMACIÓN DEL INGENIERO CIVIL**  
***METHODOLOGICAL PERSPECTIVE FOR THE DEVELOPMENT OF CALCULATING SKILL DERIVATIVES IN THE TRAINING OF THE CIVIL ENGINEER***

**Autores:** MSc. Oscar S. Rodríguez Moya  
Dra. C. Mirtha Numa Rodríguez  
MSc. Patricio Williams Harriot

**Institución:** Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez

**Correo electrónico:** [oscarm@unica.cu](mailto:oscarm@unica.cu)

**RESUMEN**

En el plan de estudios D para la formación del Ingeniero Civil se destaca el desarrollo de habilidades en diferentes vertientes que le permitan al estudiante enfrentarse con éxito a su futura vida laboral. De forma precisa en el programa de la Disciplina Matemática Aplicada aparece como uno de los objetivos generales desarrollar habilidades para el cálculo, la comunicación y la comprensión de propiedades y características matemáticas de magnitudes y formas en las variantes formal, gráfica, numérica y verbal". En el presente trabajo se realizó el estudio de una de las habilidades matemáticas fundamentales: calcular, determinando aquellos elementos que inciden en su desarrollo, las dificultades que se presentan y proponiendo una alternativa de solución desde una perspectiva metodológica.

**Palabras clave:** Invariante Funcional, Escala Valorativa, Habilidad Calcular.

**ABSTRACT**

In the curriculum for training D Engineer Civil, developing skills in different aspects that allow the student to successfully confront future career highlights. Precisely in the program of Applied Mathematics Discipline appears as one of the general objectives to "develop skills for calculation, communication and understanding of mathematical properties and characteristics of figures and forms in a formal variant, graphical, numerical and verbal". In this paper we study one of the mathematical fundamental abilities: calculating, identifying those elements

that influence their development, the difficulties encountered and propose an alternative solution from a methodological perspective.

## INTRODUCCIÓN

La universidad actual debe jugar el papel de fuente y promotora del desarrollo científico, dejar de formar a los profesionales sólo en las aplicaciones técnicas que la producción demanda y contribuir a desarrollar habilidades que permitan a través de una efectiva gestión del conocimiento, obtener nuevos conocimientos y aplicaciones.

La disciplina Matemática contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico y aporta los fundamentos básicos de un especialista en Ciencias Técnicas, dado que todo ingeniero considera representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, con los cuales refleja los rasgos cuantitativos y cualitativos de los fenómenos que estudia.

Como contribución de esta Disciplina a la formación del futuro Ingeniero Civil está la formación y el desarrollo de habilidades que le permitan identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos de procesos técnicos, económicos, productivos y científicos vinculados a la carrera, así como resolver los problemas de índole matemático a los que éstos conducen, utilizando para ello los contenidos matemáticos que se estudian en la Disciplina, haciendo un uso eficiente de las técnicas modernas de cómputo y de los Asistentes Matemáticos.

En la asignatura Matemática I (Cálculo Diferencial e Integral I) en el plan D de perfeccionamiento para la carrera de ingeniería Civil existe un grupo de habilidades de gran importancia para el futuro profesional, pero en una investigación como la que se presenta no pueden ser abordadas todas, de ahí que se decidiera investigar acerca de la habilidad calcular por ser la que mayor incidencia tiene dentro del programa.

En relación con lo anterior se sitúa como un objetivo instructivo en la asignatura Matemática I el de calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente y auxiliarse del DERIVE para los casos necesarios. Sin embargo la práctica pedagógica ha demostrado que en la mayoría de los casos este objetivo se ha cumplido parcialmente. Para lograrlo es necesario que los estudiantes que ingresen a la carrera, desde el nivel precedente, hayan desarrollado un grupo de habilidades afines que son condición necesaria para el logro de lo que se expresa en el contenido del programa, teniendo en cuenta el carácter secuencial de la Matemática. No

obstante a que se trabaja con ellas desde la enseñanza primaria, aún a su arribo a la superior se han continuado detectado dificultades en lo referido a su desarrollo, implicando que su enseñanza se retome en la universidad pero en una nueva dimensión, no como repetición de procedimientos o contenidos, sino desde una perspectiva diferente aprovechando las potencialidades que brinda el contenido y el perfil de la carrera.

En el presente trabajo se proponen defender las siguientes ideas:

- En el desarrollo y al terminar la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I los estudiantes presentan dificultades al calcular derivadas de cualquier orden empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente, lo que obstaculiza el cumplimiento del objetivo relacionado con la generalización del cálculo según las exigencias del programa.
- En la ejercitación no se aprovechan las potencialidades del contenido para lograr su desarrollo.

El objetivo estuvo enmarcado en determinar las dificultades que presentan los estudiantes de Ingeniería Civil de la Universidad de Ciego de Ávila en relación con la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente, tomando como referentes a los que están recibiendo la asignatura (estudiantes del primer año) y a los que ya la cursaron y están en el segundo año.

Para dar cumplimiento al mismo se propusieron las siguientes tareas:

- Caracterización y diagnóstico de los estudiantes que están recibiendo la asignatura y a los que ya la cursaron, atendiendo a la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente.
- Revisión bibliográfica acerca de procedimientos y desarrollo de habilidades intelectuales y profesionales.
- Estudio de documentos normativos, programa de la disciplina y asignatura utilizados en la carrera.
- Análisis de adecuaciones a los programas vigentes para lograr el desarrollo de habilidades básicas a través de sus métodos, procedimientos y tareas.
- Valoración del sistema de ejercicios vigente para la asignatura y adecuación atendiendo a su sistema de objetivos.

El objeto de la investigación es el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I en la carrera de Ingeniería Civil y su campo la ejercitación de la Matemática para el desarrollo de la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente.

El estudio permite perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I a través de la ejercitación, para lograr el desarrollo de una habilidad específica; sistema que puede ser re-creado y generalizado al desarrollo de otras habilidades de la carrera. Además se lleva a cabo una caracterización de los problemas que presentan los estudiantes de primer año de Ingeniería Civil atendiendo a la habilidad calcular.

La utilidad práctica, como perspectiva de etapas posteriores de la investigación, permitirá el desarrollo de la ejercitación tomando como bases las particularidades del desarrollo de una habilidad específica en las condiciones de una carrera universitaria tal como Ingeniería Civil.

La investigación que se presenta es del tipo descriptivo-causal, previendo para etapas futuras el desarrollo del experimento formativo con el objetivo de validar en la práctica el desarrollo teórico.

## **DESARROLLO**

Al llevar a cabo el análisis de los documentos estatales de planificación para dicho proceso; así como otros de carácter más general que inciden en este, (Plan de estudios de la carrera Ingeniería Civil, Programa de la disciplina Matemática Aplicada y Programa de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I) se obtuvieron como regularidades que a pesar de prestar atención a lo relacionado con la formación matemática a partir del encargo social, el desarrollo de habilidades y la evaluación del aprendizaje, entre otros, no se explicitan adecuadamente el alcance y magnitud en que ellos deben materializarse.

En particular, la formación y desarrollo de habilidades en el hombre a un máximo de posibilidades constituye un problema objeto de central atención en la actualidad, como consecuencia del acelerado desarrollo de la ciencia y la técnica, y en especial, un gran reto a los trabajadores de la Educación, por su responsabilidad en la formación de las nuevas generaciones. El concepto ha tenido diversas interpretaciones y tratamientos por la Psicología y la Didáctica. Desde la primera, se refiere de un modo primordial a las «disposiciones favorables a la acción. En su determinación entran factores fisiológicos, sociales y hereditarios

(Enciclopedia Universal Ilustrada, 1925: 125) y desde la Didáctica es un componente del contenido que tiene que ver con el modo de actuar.

Muchos autores la han tratado exponiendo sus criterios, reflexiones, puntos de vista, etc. Entre ellos, Carlos M. Álvarez de Zayas plantea:

«La habilidad como acción que es se puede descomponer en operación. Mientras que la habilidad se vincula con la intención, la operación lo hace con las condiciones, de modo tal que en cada habilidad se pueden determinar los eslabones de la misma u operaciones cuya integración permite el dominio por el hombre de un modo de actuación» (Álvarez, C, 1989:45). Héctor Brito la define como: «aquella formación psicológica ejecutora particular constituida por el sistema de operaciones dominadas que garantiza la ejecución del sujeto bajo control consciente» (Brito, H., 1999:24).

A modo de resumen pueden llegarse a las siguientes generalizaciones:

- Es un concepto psico-pedagógico amplio y complejo.
- Sólo se forma y desarrolla en el proceso de realización de la actividad.
- Contiene un sistema de operaciones que deben ser dominadas por el sujeto.
- Encierra un modo de actuación que tiene carácter general, dependiendo del nivel de sistematicidad de que se trate.

La definición de H. Brito señala con claridad la secuencia lógica de la formación de la habilidad, en tanto de la actividad mental se pasa a la práctica por una vía totalmente individual, donde se desarrollan un sistema de operaciones con plena conciencia del individuo. Estos criterios son compatibles con el tratamiento que se le da a este concepto en la enseñanza de las matemáticas, razón por la cual la posición adoptada en el presente trabajo se corresponde con sus criterios generales. Entre las habilidades matemáticas a desarrollar en este ingeniero se destaca calcular, la cual pertenece al sistema de habilidades específicas para esta ciencia formulado por (Hernández, H., 2006: 24 a la 26). Desde el punto de vista matemático existen diferentes definiciones, así por ejemplo, «...calcular es la transformación de un conjunto de números reales, relacionados por operaciones, en un número, mediante la aplicación de algoritmos supuestamente conocidos. » (Espinosa G., J.R. 2007:53).

La definición anterior pudiera aceptarse si no se restringiera el cálculo sólo a operaciones con números reales, pues es conocido que este puede ampliarse. Así, según los autores se

entenderá por calcular: «una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma manual-mental, oral, escrita y mediante tablas o medios de cómputo». Esta presupone siempre de forma explícita o implícita la habilidad de algoritmizar; es decir, plantear una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento que conduce a la solución de un determinado ejercicio o problema.

Para la carrera de Ingeniería Civil, la Matemática es una herramienta imprescindible de trabajo y el sistema de conocimientos de las asignaturas de la carrera ofrece la posibilidad de trabajar con la habilidad desde diferentes perspectivas en las que ella pueda potenciarse a un máximo de posibilidades.

Por ejemplo en el tema Cálculo Diferencial de funciones reales de una variable real, que abarca aproximadamente el 80% de la asignatura Matemática I, se estudian diferentes contenidos que tienen utilización no sólo en ella, sino también en otras que reciben. En el siguiente cuadro se muestran ejemplos concretos de determinados contenidos de algunas asignaturas de la carrera en las que se utiliza el cálculo de derivadas para realizar demostraciones, deducciones de fórmulas y/o como herramienta de cálculo:

Asignatura	Ciclo	Contenido
Física	Básico	Mecánica (Leyes de Newton, cinemática, trabajo y energía, movimiento ondulatorio).
Modelación Mecánica de las Estructuras I	Del ejercicio de la Profesión	Cálculo de fuerzas internas de una viga.
Modelación Mecánica de las Estructuras II	Del ejercicio de la Profesión	Cálculo de fuerzas internas para estructuras isostáticas.
Análisis Estructural.	Del ejercicio de la Profesión	Cálculo de fuerzas internas para estructuras hiperestáticas.

*Tabla I: Contenidos que utilizan el cálculo de derivadas.*

El dominio de la habilidad se reconoce cuando en la ejecución de la acción se ha logrado un grado de sistematización que conduce al nivel de dominio del sistema de operaciones esenciales, necesarias y suficientes denominado invariantes funcionales de la acción.

Tomando como base la literatura revisada, en particular el análisis teórico desarrollado por M. Rodríguez y R. Bermúdez en su libro *La Personalidad del Adolescente y la experiencia de los autores*, se proponen como invariantes funcionales de la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente las siguientes:

- Identificarla vía de solución del ejercicio teniendo en cuenta la estructura algebraica de la función.
- Seleccionarlas reglas de cálculo necesarias.
- Aplicarlas reglas de cálculo.

Por ejemplo, para calcular la derivada de una función en un punto es necesario que el estudiante:

1. Identifique el tipo de función que va a derivar: escalar o vectorial, de una o varias variables, explícita o implícita, simple o compuesta.
2. Seleccione la regla adecuada para calcular la derivada: derivas inmediatas, reglas de derivación.
3. Calcule la derivada utilizando la regla seleccionada y realice las operaciones algebraicas hasta simplificar lo más posible el resultado. Para evaluar los aspectos ejecutores de la acción con vistas a diagnosticar la presencia de la habilidad se puede concretar en una técnica de escala valorativa, esta debe ser lo más objetiva posible y para su confección se debe modelar de forma concreta el fenómeno objeto de estudio (en este caso la habilidad), formular con exactitud los objetivos que se persiguen y determinar los indicadores de la existencia del fenómeno a través de manifestaciones externas del estudiante durante la realización de la acción a través de las invariantes funcionales de la habilidad. La escala a utilizar depende de los objetivos del investigador y del conocimiento que posea sobre la instrumentación que estudia.

Basado en la fundamentación anterior se definieron los indicadores y la escala (compuesta por cuatro niveles de profundidad):

Indicadores para evaluar la ejecución de la habilidad calcular derivadas:

1. Seleccionar la(s) regla(s) según la estructura algebraica de la función.
2. Aplicar la(s) regla(s).
3. Operar.

INDICADOR:	NIVELES DE PROFUNDIDAD			
	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO
1	La función es simple y presenta una operación algebraica.	La función es simple y presenta más de una operación algebraica.	Aparecen funciones simples y compuestas con una operación algebraica.	Aparecen funciones simples y compuestas con más de una operación algebraica.
2	Comete hasta dos errores.	Comete un error.	Comete un error.	No comete errores.
3	Comete hasta dos errores.	Comete un error.	No comete errores.	No comete errores.

Tabla II: Escala por niveles atendiendo a los indicadores.

Para dar cumplimiento al objetivo se elaboraron y aplicaron diversos instrumentos que posibilitaron demostrar científicamente las ideas a defender en el presente trabajo, cuyos resultados se detallan a continuación:

Test aplicados a estudiantes (Anexo 1)

Se confeccionaron teniendo en cuenta la escala por niveles atendiendo a los indicadores expresados con anterioridad. (Es oportuno aclarar que los ejercicios propuestos en cada nivel de desarrollo de esta habilidad se consideran dentro de la media en cuanto al grado de dificultad).

### Análisis de los resultados:

Basado en los resultados obtenidos en los diferentes años (Ver anexo 2) se pudo precisar que:

Dentro de los estudiantes que se encuentran en el primer año la mayor parte está categorizada en el primer nivel, aunque un 15,79% ni siquiera alcanza este. La mayor parte de los de segundo año alcanzan el tercer y cuarto niveles, aunque un 38,9% están entre el primer y segundo niveles y un 13,9% no ha alcanzado el primer nivel.

En sentido general puede apreciarse que en cada año los porcentajes de aprobados disminuyen considerablemente del primer al cuarto nivel, y cómo hay estudiantes que no han alcanzado incluso el primero, aspecto que hace aún más crítica la situación. No se muestran diferencias significativas entre los dos años, aunque hay resultados más favorables en el segundo año, cuestión lógica debido a que estos han sistematizado más este tipo de cálculo.

Para indagar acerca de las causas que provocan esta anomalía se realizó una entrevista a profesores (Anexo 3) de la que se pudo constatar que a través del curso se sistematizan estos cálculos, pero no se integran con los diferentes niveles de profundidad, y aunque alegan tener un diagnóstico real de sus estudiantes, este no se corresponde con la realidad, lo cual pudo comprobarse en la encuesta aplicada. (Ver anexo 4).

Por otra parte fueron observadas ocho clases; en cinco de ellas no se aprovechan las potencialidades del contenido en la proyección de la estrategia para resolver las dificultades que se presentan en estos cálculos, mientras que en las restantes no se aprovecha al máximo. (Ver anexo 5).

Se observaron además cuadernos de los estudiantes en los que se comprobó que no existen ejercicios variados donde se puedan ejercitar los diferentes niveles de profundidad de estos cálculos y que en los mismos se trabaja con funciones que presentan poca complejidad en su estructura algebraica por períodos de tiempo excesivamente largo, lo cual atenta contra los principios de la sistematización de los conocimientos.

Con lo expresado anteriormente, puede plantearse que en esencia no se domina la habilidad debido a que:

- No se realiza un diagnóstico acertado en los diferentes momentos que así lo requieren.
- La estrategia que se traza no tiene en cuenta el carácter secuencial de la Matemática.

- Al tratar los diferentes contenidos no se explotan al máximo las potencialidades que estos brindan.
- La estructuración didáctico, metodológica y de contenido en la ejercitación no es la adecuada.

La clase de ejercitación para el desarrollo de la habilidad calcular.

La clase de ejercitación tiene una importancia vital para lograr el desarrollo de habilidades en la enseñanza de la Matemática en la que: deben aprovecharse las potencialidades del sistema de conocimientos en función del desarrollo de habilidades, tenerse en cuenta los diferentes niveles de asimilación por el que debe transitar el alumno para la ejecución de la acción, los ejercicios deben ser generalizadores para poder enfrentarse a problemas variados de la realidad profesional, debe contribuir a la motivación en los estudiantes, exista una derivación lógica que permita vincular al estudiante con problemáticas específicas de su campo de acción y esferas de actuación, la evaluación y el control deben llevarse a cabo desde una perspectiva que haga consciente al estudiante de los procesos que tienen lugar en la ejecución de la acción.

Los elementos expresados anteriormente permitieron elaborar un sistema de ejercicios tipo que están siendo utilizados en la ejercitación en clases y extra clases, con sus respectivas indicaciones y recomendaciones metodológicas que contribuyan el desarrollo de la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente. Al realizar un corte parcial en la investigación pudo comprobarse un adecuado avance cuantitativo y cualitativo en los estudiantes, referente al dominio de la habilidad, en los que la cantidad que han promovido de nivel según la escala valorativa creada es considerable. (Ver Anexo 6)

## CONCLUSIONES

La habilidad calcular ocupa un lugar importante en el programa de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I para el ingeniero Civil, por la incidencia que ella tiene en la esfera profesional del futuro egresado. Se determinaron las invariantes funcionales, se establecieron indicadores y se creó una escala que permitieron evaluar la habilidad calcular. Se evidenciaron dificultades en el desarrollo de la habilidad calcular en los estudiantes de primer

año que están cursando la asignatura y en los alumnos de segundo año que ya la cursaron. La clase de ejercitación se convierte en un marco propicio para el desarrollo de habilidades.

## BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

ÁLVAREZ DE ZAYAS, C.M.: *Fundamentos teóricos de la dirección del Proceso Docente en la Educación Superior Cubana*, Ed. Pueblo y Educación, pp.72, La Habana, Cuba, 1989.

ÁLVAREZ, C. Y OTROS.: «Sobre el sistema de habilidades en una especialidad universitaria», *Revista Cubana de Física*, Vol. III, No. 1, 1983.

BERMÚDEZ, R. Y RODRÍGUEZ, M.: *Teoría y Metodología del Aprendizaje*, Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, 1999.

BRITO, H.: «Hábitos y Habilidades y Capacidades», en *Varona*, La Habana, 13, VI, jul-dic, 2009.

*ENCICLOPEDIA UNIVERSAL ILUSTRADA*: Editores Hijos de Espasa, Tomo XXVII, pág. 447448, 1925).

HERNÁNDEZ, H.: *La huella de la matemática en el pensamiento*, MES, pp. 2-25. (Material en soporte magnético), 2006.

## ANEXOS

### ANEXO 1

Test a estudiantes:

Calcula la derivada indicada en cada caso:

a)  $f(x) = 3^x - \arcsen x$ ;  $f'(x)$

b)  $f(x) = \log_3 x - \csc x$ ;  $f'(x)$

c)  $v(t) = \frac{t^3 - 6}{\sqrt[3]{\sen(4 + \sqrt{t})}}$ ;  $v''(t)$

d)  $g(x) = \sqrt{x} \cos^3 x - \ln\left(\frac{5}{x^2 - 1}\right)$ ;  $g'(x)$

Nota: Los ejercicios del a) al d) son correspondientes del primer al cuarto nivel, respectivamente.

**ANEXO 2**

Tabla III: Comportamiento de la habilidad “calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente”.

NIVEL	Primer Año		Segundo Año	
	Cantidad	%	Cantidad	%
Menos del primer nivel	6	15,79	5	13,9
Primer nivel	13	34,21	6	16,7
Segundo Nivel	8	21,05	8	22,2
Tercer Nivel	5	13,16	8	22,2
Cuarto Nivel	6	15,79	9	25
Total	38	100	36	100

**ANEXO 3**

Entrevista a profesores de Matemática:

1. ¿Cuáles cree usted que son las mayores dificultades que presentan sus alumnos en el cálculo de derivadas de funciones reales de una variable real?
2. ¿Se sistematizan a través de la asignatura los diferentes niveles de profundidad de estos cálculos?
3. ¿Se integran estos niveles en nuevos contenidos?
4. ¿Se les presta atención diferenciada a los alumnos para intensificar el desarrollo de habilidades en estos cálculos?
5. ¿Se realizan actividades metodológicas encaminadas a buscar soluciones para erradicar estas dificultades?

**ANEXO 4**

Encuesta a profesores de Matemática de diferentes carreras:

A continuación se les muestran diferentes niveles de desarrollo de la habilidad “calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente”. Ubique con la mayor exactitud posible a sus estudiantes en una de las categorías: mayoría, media, minoría o ninguno. (Para ver los diferentes niveles remítase a la tabla II)

Imparte clases en la carrera de: \_\_\_\_\_

### ANEXO 5

Guía de observación a clases:

Objetivo: Determinar las relaciones en el trabajo didáctico-metodológico de los profesores y el resultado del aprendizaje de los alumnos.

Aspectos a tener en cuenta:

- Principales dificultades de los alumnos en el cálculo de derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente”.
- Aprovechamiento de las potencialidades del contenido para lograr el desarrollo de la habilidad.
- Sistema de ejercicios en función de dicha habilidad.

### ANEXO 6

Tabla IV: Comportamiento de la habilidad calcular derivadas ordinarias de cualquier orden, empleando las reglas de derivación, la regla de la cadena y la definición correspondiente.

NIVEL	Primer Año		Segundo Año	
	Cantidad	%	Cantidad	%
Menos del primer nivel	3	7,89	2	5,55
Primer nivel	6	15,78	3	8,33
Segundo Nivel	7	18,42	5	13,88
Tercer Nivel	12	31,57	16	44,44

Cuarto Nivel	10	26,31	18	50
Total	38	100	36	100