

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE VIGAS CONTINUAS DE GRAN PERALTO DE HORMIGÓN ARMADO MEDIANTE MODELACIÓN NUMÉRICA
STUDY OF THE BEHAVIOR OF CONTINUOUS BEAMS OF GREAT I BANK OF ARMED CONCRETE BY MEANS OF NUMERIC MODELACIÓN

Autores: Ing. Ever Sánchez Cid

M Sc. Ing. Gilberto Rodríguez Plasencia

Dr. Ing. Jorge Douglas Bonilla Rocha

Institución: Universidad de Ciego de Ávila Máximo Gómez Báez

Correo electrónico: evers@unica.cu

RESUMEN

Esta investigación está dedicada al estudio del comportamiento de las vigas continuas de gran peralte de hormigón armado bajo carga estática con predominio del cortante. El método que se utilizó para estudiar el comportamiento de este tipo de estructuras fue la simulación numérica a partir del software de propósitos generales ABAQUS en combinación con ensayos experimentales existentes internacionalmente. En la modelación se considera un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises para el acero y un Modelo de Daño Plástico basado en la mecánica del daño para el hormigón. Por otro lado se plantean las bases metodológicas para la simulación del ensayo de vigas continuas de gran peralte, garantizando la calibración y validación físico-matemática de los modelos. Al aplicar la simulación numérica se obtuvo una adecuada correspondencia entre la respuesta obtenida de la probeta virtual y la respuesta físico-mecánica del ensayo experimental de referencia.

Palabras clave: Vigas continuas de gran peralte, Modelos numéricos, Capacidad resistente última.

ABSTRACT

This research is developed to study the behavior of continuous deep beams large reinforced concrete under static load predominantly shear. The method used to study these structures was the numerical simulation of continuous testing large deep beams in combination with the internationally existing experimental tests starting from the general purpose software namely ABAQUS. In order to model the concrete in nonlinear regime, it is used the model based on damage mechanics, specifically Plastic Damage Model. The methodological basis for the simulation of continuous deep beams assay great is presented, like model calibration and validation. A well correspondence between the response obtained from the virtual simulation and physical-mechanical experimental reference test response is obtained.

Keywords: Continuous deep beams, Numerical models, Ultimate shear strength.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad existen varias investigaciones donde el objetivo principal es el estudio del comportamiento de las vigas continuas de gran peralte de hormigón armado con predominio de esfuerzos cortantes, prueba de ello lo constituyen los estudios realizados por autores como: Asin y Walraven (1995); Dirar y Morley (2005); Singh et al. (2006); Zhang y Tan (2007); Lee et al. (2008); Amin et al. (2013); entre otros. En la gran mayoría de estos trabajos se evidencia un marcado interés por explicar el comportamiento de estas estructuras basados en comparaciones de los resultados, donde se estudian experimentalmente los principales factores geométricos y del refuerzo que tienen mayor influencia sobre la capacidad resistente última. Se ha observado además que en este tipo de vigas existen zonas con marcadas discontinuidades o perturbaciones en los campos de tensiones (regiones D), donde no es aplicable la hipótesis de las secciones planas. A partir de los grandes avances computacionales alcanzados en materia de software que permiten el análisis tenso-deformacional de sólidos con base en el Método de los Elementos Finitos, está dada la posibilidad de realizar la modelación numérica de los ensayos de vigas continuas de gran peralte de hormigón armado, siempre que se logre una adecuada correspondencia entre la simulación numérica y los resultados de ensayos reales, aspecto que según Asin y Walraven (1995) quedó demostrado ya que ellos

plantean que el análisis de este tipo de vigas a partir de la simulación numérica se puede utilizar complementariamente a experimentos reales. Argumentan además que los resultados tanto de la experimentación como de las investigaciones numéricas han llevado a una mejor comprensión del comportamiento estructural de dichas estructuras. Por otro lado Dirar y Morley (2005) plantean que las predicciones de carga máxima obtenidos en su trabajo fueron en general muy cerca a los resultados experimentales, con una región de precisión de un 5%, además; que el Método de Elementos Finitos fue capaz de modelar el comportamiento de las vigas de gran peralte de hormigón armado. También plantean que los modelos constitutivos de plasticidad y deformación total encontrados dieron aproximadamente resultados similares con relaciones medias experimentales de 1,04 y 1,05, y nivel de desviaciones de 0,11 y 0,10 respectivamente. Amin et al. (2013) realizaron un estudio sobre el efecto de la apertura de huecos en el comportamiento de la resistencia al cortante de vigas de gran peralte de hormigón armado sin refuerzo en el alma. Los resultados que encontraron arrojaron una buena correspondencia entre los estudios numéricos y los experimentales con una diferencia del 6.4%. Ellos plantean que a pesar de la complejidad del problema estudiado debido a la presencia de huecos, el Método de Elementos Finitos y la simulación propuesta con el software Ansys + CivilFEM son capaces de predecir el comportamiento de las vigas de gran peralte de hormigón armado con aberturas de diferentes tamaños y diferentes ubicaciones. Aún así se evidencian imprecisiones en la estimación de la capacidad resistente última para este tipo de vigas dado por estimaciones muy conservadoras que tienden a ser antieconómicas. Estas imprecisiones son provocadas principalmente por una inadecuada comprensión de los fenómenos tenso-deformacionales que ocurren internamente en este tipo de estructuras, aunque en la actualidad muchos investigadores estudian el comportamiento en este tipo de vigas mediante la experimentación y han obtenido formulaciones que pronostican con un alto grado de precisión los valores de capacidad resistente. En este trabajo se presenta la modelación numérica a partir del software de propósitos generales ABAQUS/CAE (Versión 6.10-1, 2010) de una viga continua de gran peralte de hormigón armado perteneciente a los estudios experimentales realizados

por Lee et al. (2008), con el objetivo de describir el comportamiento estructural del elemento y demostrar la correspondencia con los ensayos reales.

MATERIALES Y MÉTODOS

Modelación numérica del ensayo de vigas continuas de gran peralto

El programa ABAQUS basado en el Método de los Elementos Finitos posee facilidades para modelar geometrías tridimensionales, tiene en cuenta la no linealidad de los materiales e incluye diferentes condiciones de contorno e interfase entre los elementos. La probeta objeto de estudio para la calibración de la simulación numérica fue la Serie DB#1 que constituye una viga prismática continua de 4800 mm x 1000 mm x 150 mm (largo x peralto x ancho), la resistencia a compresión del hormigón es de 23.75 MPa, el refuerzo principal inferior tiene una tensión de fluencia de 434.6 MPa y un módulo de deformación igual a 202000 MPa. De igual forma el refuerzo principal en el tope tiene una tensión de fluencia de 380.5 MPa y un módulo de deformación igual a 179500 MPa. El refuerzo transversal posee una tensión de fluencia de 350.8 MPa y un módulo de deformación igual a 178500 MPa.

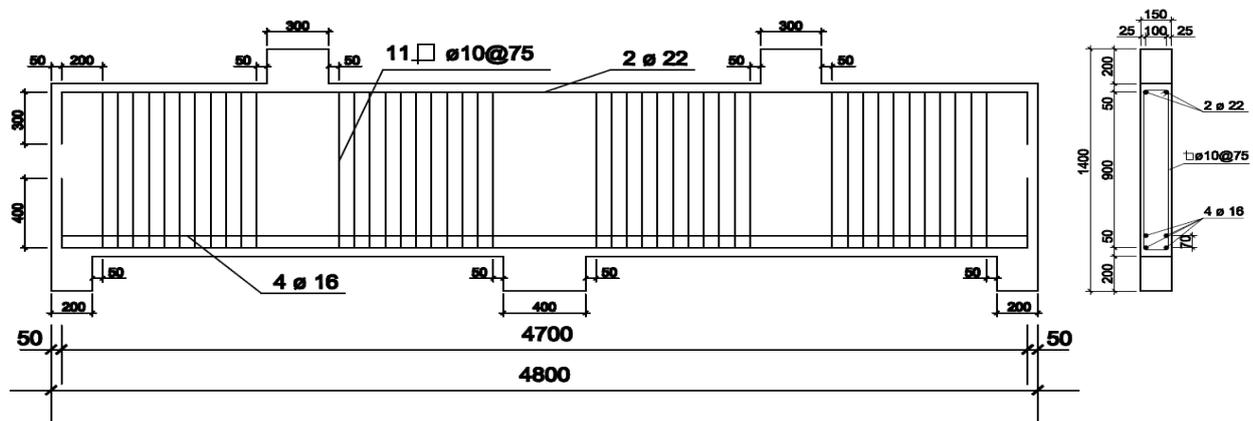


Figura 1. Esquema geométrico de la probeta de la serie DB#1 ensayada por Lee et al. (2008).

Condiciones de apoyo, borde o frontera del modelo

El contacto entre la viga de hormigón y las platinas es tratado como rígido, debido a la presencia de la elevada fuerza de fricción, provocada por los grandes esfuerzos normales que no permiten el desplazamiento en la interfase. Las barras del refuerzo

en la viga de hormigón garantizan una elevada adherencia en la interfase acero-hormigón debido a las corrugas que impiden el deslizamiento de dichas barras dentro del hormigón, ello justifica el uso del comando *EMBEDDED ELEMENT del código ABAQUS el cual está concebido para modelar el comportamiento de barras de refuerzo embebidas en hormigón. En este caso los grados de libertad de los nodos de los elementos de barra (truss) son constreñidos por el cuerpo huésped (viga hormigón), de manera que al deformarse la viga se deforma del mismo modo el acero de refuerzo sin deslizamientos en la interfase. En los apoyos se restringe el desplazamiento en los ejes Y y Z y se libera el desplazamiento en el eje X, simulando así al rodillo del apoyo colocado en el esquema físico real del ensayo, el cual es modelado como Superficie 1 (ver figura 2a). Al centro de la viga de hormigón se crea una partición representada como la Superficie 2 (ver figura 2a) donde se restringe el desplazamiento en el eje X y se permite el desplazamiento en los ejes Y y Z, lo que posibilita el equilibrio del modelo numérico dado por las condiciones planteadas en los apoyos.

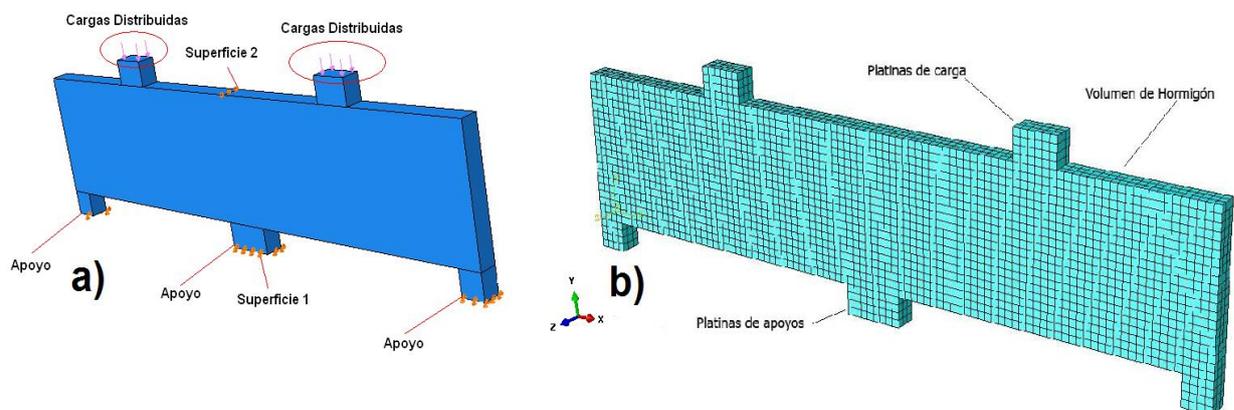


Figura 2. a) Esquema geométrico del modelo y condiciones de contorno, b) Esquema del modelo discreto de la viga continua.

Selección del elemento finito y la densidad de malla

a) Tipo de elemento finito

Se ha realizado un estudio para la selección del tipo de elemento óptimo, que sea capaz de simular de la manera más realista posible el verdadero comportamiento físico de la probeta experimental que se analiza. Para tal propósito se ha discretizado la geometría del entramado de acero manteniendo elementos lineales

del tipo T3D2 (Truss), mientras que la geometría volumétrica que conforman las platinas de apoyo y de carga y la viga de hormigón armado con elementos del tipo: C3D4, C3D6 y C3D8R. La mejor aproximación con respecto al modelo físico se logra con los elementos lagrangeanos C3D8R (prismáticos de seis lados) ya que tienen una geometría que se adapta muy bien a los volúmenes modelados, permitiendo así un mallado uniforme (ver figura 2b).

b) Densidad de malla

Es insuficiente conocer el tipo de elemento finito a utilizar, también es necesario determinar el tamaño adecuado para estos, acorde con el costo computacional. Mientras disminuya el tamaño de los elementos finitos al discretizarse un volumen, se minimiza el error y se traduce en una mejor interpolación numérica, pues aumenta la cantidad de nodos y disminuye la distancia entre estos. Para la selección de la densidad de malla óptima, se analizan cuatro densidades de malla diferentes para el modelo discreto propuesto, conjugando precisión y costo computacional. En cada una de las configuraciones se ha mantenido la densidad de malla uniforme en todo el elemento, observándose la evolución favorable que va teniendo el valor de capacidad resistente en la medida que se densifica la malla en los modelos y como dicho valor se fue aproximando cada vez mejor al valor experimental de referencia, hasta llegar a obtener una diferencia menor que el 1 %.

Aplicación de la carga

Los incrementos de carga son aplicados en la cara superior de las platinas en pequeños intervalos (ver figura 2a), donde el tamaño de dichos intervalos es seleccionado automáticamente por el Código ABAQUS basado en las condiciones de convergencia numérica. La carga es aplicada utilizando el algoritmo RIKS modificado, disponible en el programa. Las bases de este algoritmo son el método de Newton, que generalmente es usado para predecir la inestabilidad y colapso no lineal de una estructura.

Modelo del hormigón

El hormigón es modelado considerando un Modelo de Daño Plástico (Concrete Damaged Plasticity), desarrollado por Lubliner et al. (1989) y modificado por Lee y

Fenves (1998) disponible en Código ABAQUS y empleado para la modelación numérica de estructuras compuestas de hormigón y acero por Bonilla et al. (2012). Dicho modelo considera los fenómenos más importantes del hormigón basado en los principios teóricos del Modelo de Mohr-Coulomb Modificado y fue creado para estudiar los efectos del daño irreversible asociados a los mecanismos de falla que tienen lugar en el hormigón. Para la calibración del modelo de daño plástico, deben ser introducidas como puntos discretos, las curvas de comportamiento de compresión y de tracción para las diferentes resistencias del hormigón tomadas de ensayos uniaxiales.

Modelo del acero

Basado en los trabajos de Lam y Ellobody (2005), Ellobody y Young (2006), Bonilla (2008) y Bonilla et al. (2012), sobre modelación de estructuras compuestas de hormigón y acero, se adopta un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises para modelar el acero, modelo empleado además por Rodríguez et al. (2012) y Rodríguez (2013). Este material asignado al refuerzo se comporta como lineal elástico hasta que se alcanza la tensión de fluencia (f_{ys}) y una vez rebasado este punto se comporta plásticamente. En el código ABAQUS se utilizó la opción *PLASTIC para definir la región plástica del modelo. La superficie de fluencia utilizada en este caso es una ley de endurecimiento isótropo. En los trabajos citados anteriormente se han obtenido muy buenos resultados en correspondencia con los experimentos a escala real lo que evidencia la factibilidad de utilizar este modelo idealizado para el acero.

Validación de la modelación numérica

Con el objetivo de respaldar los resultados obtenidos es necesario validar las consideraciones tomadas, por lo que se procede a la simulación numérica de otros ensayos.

a) Un ejemplo para la validación de estas consideraciones lo constituye la simulación numérica de una viga continua con huecos perteneciente a los estudios experimentales de Lee et al (2008), específicamente la probeta de la serie DB#4 (ver figura 3a). Con la simulación virtual de esta probeta se lograron excelentes

resultados y se obtuvo una precisión del 1.11 % con respecto a la carga última de 1666.37 kN en el modelo numérico, que en comparación con el valor experimental reportado de $V_{EXP} = 1648.08$ kN para DB#4 es considerablemente aproximado, validándose así todas las simplificaciones y consideraciones tomadas para el proceso de modelación de los ensayos de vigas continuas de gran peralte de hormigón armado sometidas a cargas estáticas con predominio del cortante.

b) En este caso se presenta la correspondencia obtenida en la modelación de estructuras de hormigón armado con predominio del cortante, analizándose la precisión obtenida al simular una ménsula doble perteneciente a los ensayos de Qarani y Seedeq (2010), específicamente la probeta C53 (ver figura 3b). La precisión obtenida al simular la probeta es de 1.23% con una capacidad de carga última de 432.06 kN en el modelo numérico que en comparación con el valor experimental reportado de $V_{EXP} = 426.80$ kN para la C53.

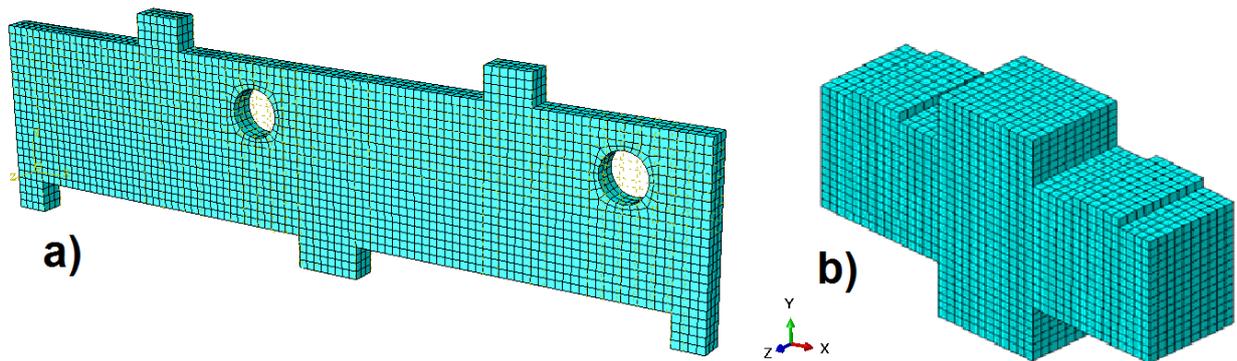


Figura 3. Esquema del modelo discreto: a) viga de hormigón con huecos serie DB#4 de los estudios realizados por Lee et al. (2008), b) ménsula doble de hormigón armado probeta C53 de los estudios realizados por Qarani y Seedeq (2010)

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Comportamiento tenso-deformacional de la probeta

En los estudios experimentales realizados en vigas continuas de gran peralte, se evidencia un marcado interés por analizar las bielas diagonales de hormigón y los diferentes tipos de refuerzo que estas presentan. Algunos investigadores plantean que las causas de la falla estructural están dadas principalmente por las bielas diagonales y por el trabajo que realiza el acero de refuerzo principal y vertical.

En la figura 4 se observa la concentración de las tensiones en la masa de hormigón, donde se puede ver que para el 33.3 % de la carga última (ver figura 4a), las tensiones comienzan a tomar una distribución uniforme y se define claramente la forma de la biela diagonal de compresión. Es visible además, la concentración de tensiones en la zona cercana al contacto de la viga con las platinas de carga y de apoyo respectivamente, en este último caso específicamente el apoyo central es el que comienza a adquirir las cargas antes que los de las esquinas. Se puede ver claramente la formación de las bielas diagonales interiores antes que las exteriores, lo que corrobora que esta zona es crítica y posiblemente la falla estará condicionada en ella.

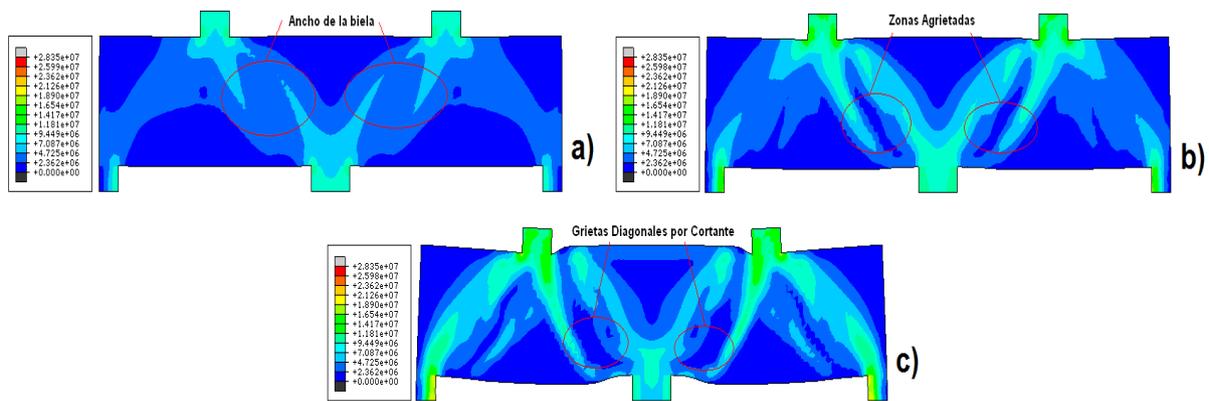


Figura 4. Resultados de la modelación numérica en la viga DB#1 correspondiente a la concentración de tensiones en la masa de hormigón: a) 601.70 kN (33.3 % de la carga última), b) 1221.92 kN (66.7 % de la carga última), c) 1810.41 kN (100 % de la carga última), con su correspondiente escala de tensiones en la parte izquierda de la imagen.

Se aprecia también como para un 66.7 % de la carga última (ver figura 4b), las tensiones se incrementan significativamente y se define un aumento del ancho de la biela diagonal, donde se empiezan a formar zonas con disipación de las tensiones que son la muestra evidente de la presencia de grietas. Las tensiones de tracción comienzan a tomar posición en la zona de la biela, muestra del comienzo de las tracciones transversales producto de la compresión y aplastamiento del hormigón. Por otro lado en la parte superior e inferior de la viga se comienza a observar una mayor concentración de tensiones, producto de la cercanía con las zonas de carga y de apoyo (se forma una biela prismática) que trasmite las tensiones a la zona central

debido a la aparición de la grieta diagonal producto de la evolución del daño en el hormigón y del fallo característico por cortante. Todo esto se demuestra con lo planteado por Singh et al. (2006), donde manifiestan que en las vigas de gran peralte existe poco agrietamiento inicial por flexión y en el caso de las continuas se observaron que las grietas de flexión en la mitad del tramo tienden a formarse antes de las grietas por momento negativo sobre el soporte interior, además que la aparición de grietas diagonales por cortante se producen a aproximadamente el 50% de la carga última y tienden a tomar una forma de cercha o arco.

Ya para la aplicación del 100 % de la carga última (ver figura 4c), se llega a un estado tenso-deformacional muy complejo y disperso, debido al incremento considerable de la disipación de tensiones por lo que comienzan a aparecer las grietas provocadas por las tracciones transversales en el hormigón y en forma diagonal, lo que demuestra que el fallo es por cortante. Estas zonas agrietadas son visibles por la presencia de zonas con menor concentración de tensiones rodeadas por concentraciones de tensiones de mayor magnitud, provocando que la estructura no trabaje en su conjunto, cada porción de hormigón trabaja independiente y las barras de acero toman los mayores esfuerzos hasta llegar a la fluencia. Además se observa que la mayor concentración de tensiones se encuentra en la zona próxima a las platinas de aplicación de las cargas y en los apoyos. Entonces se puede ver que la viga ha llegado a su capacidad de carga última y se puede presentar el colapso de la estructura por el fallo por cortante diagonal, mostrándose además mayores deflexiones hacia el centro de las luces entre los apoyos de la viga.

Si se analizan los campos de tensiones correspondiente a la figura 5 se puede apreciar que para el 33.3 % de la carga última (ver figura 5a) es muy claro ver un alto grado de disgregación de los mismos lo que explica claramente la existencia de una región D. Es notable también que las tensiones presenten mayor magnitud en las zonas de carga y en los apoyos, donde la carga se trasmite mediante un arco de tensiones formado, definiéndose la forma de la biela diagonal de compresión, quedando demostrado el criterio planteado por Singh et al. (2006), donde defienden que el diseño se basa en la suposición de que las regiones D en las estructuras de hormigón pueden ser analizadas utilizando cerchas o armaduras articuladas que constan de bielas en compresión y tirantes en tracción interconectados en nodos,

además plantean que como las vigas continuas de gran peralte contienen extensiones significativas de regiones D, se expresa que el método de bielas y tirantes ofrece una base racional para el análisis y diseño de tales estructuras.

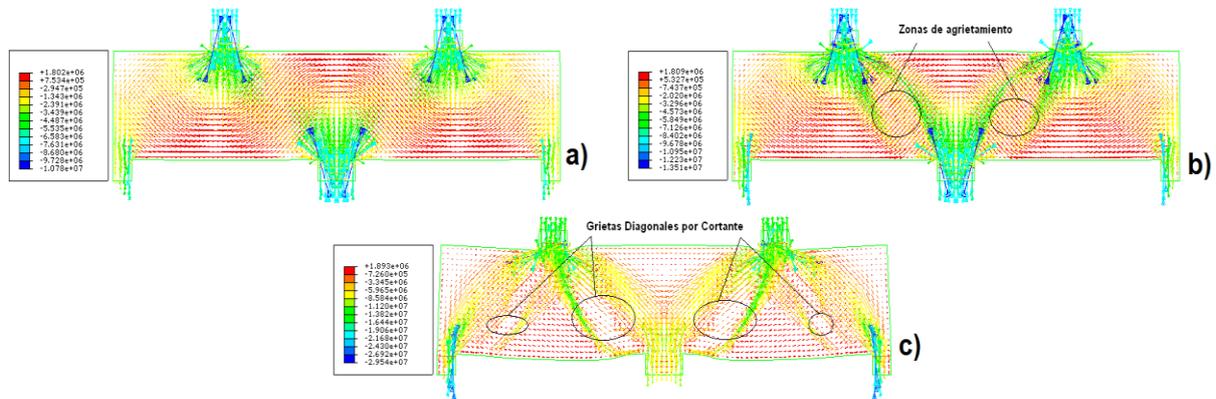


Figura 5. Resultados de la modelación numérica en la viga DB#1 correspondiente a la distribución de los campos de tensiones en el hormigón: a) 601.70 kN (33.3 % de la carga última), b) 1221.92 kN (66.7 % de la carga última), c) 1810.41 kN (100 % de la carga última), con su correspondiente escala de tensiones en la parte izquierda de la imagen.

Para un 66.7 % de la carga última (ver figura 5b) se puede observar una mejor distribución de los campos de tensiones, donde se puede definir mejor las bielas en compresión formando el llamado efecto arco. Se aprecia también la aparición de zonas claras dentro de las bielas que se corresponden con la aparición de grietas por tracciones transversales en el hormigón y es notable el mayor trabajo en las bielas diagonales interiores, donde se demuestra lo planteado por Dirar y Morley (2005) que definen en su trabajo una tercera etapa que marcó la aparición repentina de grietas diagonales en el medio de las vigas de gran peralte que corren entre la placa de carga y el soporte central.

Para la aplicación del 100 % de la carga última (ver figura 5c), se observa un incremento significativo en cuanto a la magnitud de los campos de tensiones en las zonas de las bielas, observándose claramente el efecto arco y es visible la distribución de campos de tracción dentro de la biela en correspondencia con las zonas agrietadas. Se observa además como los campos se redistribuyen en las zonas centrales, mostrando las bielas prismáticas de compresión, apreciándose el aumento de los campos de tensiones de compresión en las platinas de carga y de

apoyo lo que corrobora la transmisión de las cargas a los apoyos. Por otro lado se puede comprobar el trabajo de la viga continua, donde mediante el modelo se pueden ver las tracciones entre los apoyos y entre las platinas de carga, que definen la posible trayectoria del gráfico de momento flector, siendo consecuente con lo planteado por Lee et al. (2008) (ver figura 6).



Figura 6. Resultados de los ensayos de vigas continuas realizados por Lee et al. (2008) específicamente la probeta de la serie DB#1.

De igual forma se presenta en la figura 7 la distribución de los campos de tensiones en las barras de la malla del refuerzo colocado, con el objetivo principal de visualizar el aporte de los tipos de refuerzos que se colocan en la viga continua simulada numéricamente, específicamente el refuerzo principal y el refuerzo vertical en el alma. Se puede observar como para el 33.3 % de la carga última (ver figura 7a), el refuerzo vertical intermedio comienza a tomar los mayores esfuerzos antes que el refuerzo horizontal inferior, observándose como estos comienzan a tomar las tracciones en la biela y en las fibras inferiores.

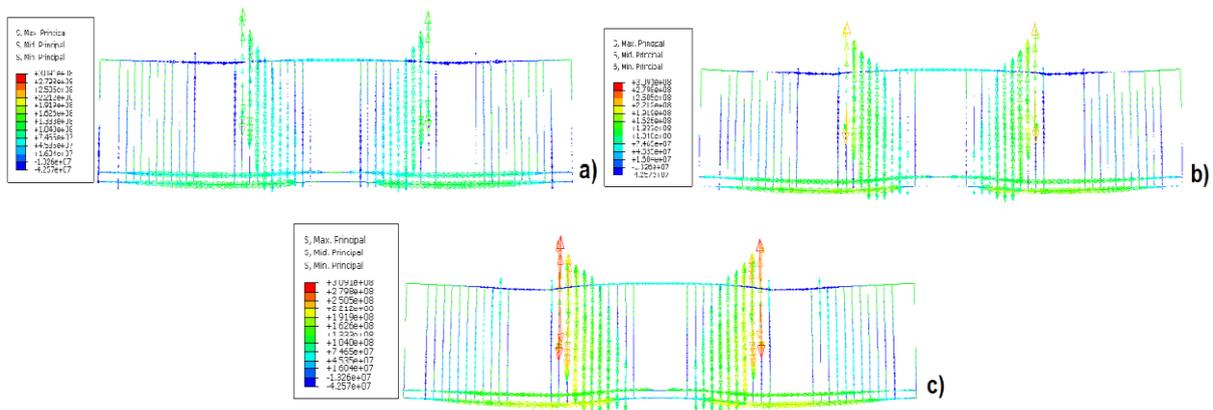


Figura 7. Resultados de la modelación numérica en la viga DB#1 correspondiente a la distribución de las tensiones en el entramado de acero: a) 601.70 kN (33.3 % de la carga última), b) 1221.92 kN (66.7 % de la carga última), c) 1810.41 kN (100 % de la carga última), con su correspondiente escala de tensiones en la parte izquierda de la imagen.

Para el 66.7 % de la carga última (ver figura 7b), las tensiones se incrementan, se observa como el acero vertical comienza a tomar mayores tensiones de tracción antes que el principal. En la zona de las bielas exteriores se observa como los cercos del refuerzo vertical no realizan un aporte tan significativo al tomar las tracciones transversales provocadas por el aplastamiento del hormigón, sin embargo, para la zona de las bielas centrales existe un mejor trabajo de los cercos que comienzan a tomar las tracciones en el hormigón.

En el caso de la aplicación del 100 % de la carga última (ver figura 7c), se evidencia como el refuerzo vertical en el alma se encuentra trabajando al máximo de su capacidad, llegando incluso a la tensión de fluencia en los cercos interiores cercanos a las zonas de aplicación de la carga, debido a que casi toda la carga baja por esa zona hacia el apoyo central y estos cercos son los que comienzan a tomar las tracciones transversales provocadas por el aplastamiento del hormigón, muestra clara de que la falla en esta viga está condicionado por la biela diagonal interior ya que presenta una cuantía que no es la adecuada para resistir las cargas, lo que demuestra las experiencias de muchos proyectistas que diseñan para que falle primero el tirante antes que las bielas para vigas continuas de gran peralte, al ser un fallo menos peligroso.

El acero de refuerzo principal realiza un aporte significativo, apreciándose como las barras de la camada inferior son las que asumen primeramente las tensiones, realizando su aporte en su función como tirante. El comportamiento estructural observado a partir de la simulación numérica de esta viga permite observar que el fallo ocurre en la zona de la biela porque hay barras del refuerzo principal que no han llegado a la tensión de fluencia en su totalidad y se evidencia claramente la transmisión de la carga a través de la biela diagonal interior que es por donde surgen las primeras grietas por cortante diagonal y observa además el aporte significativo del refuerzo vertical en el incremento de capacidad de carga de la biela.

CONCLUSIONES

Es de destacar la buena correspondencia obtenida entre la simulación numérica y la experimentación, lo que demuestra la factibilidad de estudiar estructuras de hormigón armado con predominio de esfuerzos cortantes y en particular el comportamiento de las vigas continuas de gran peralte de hormigón armado a través de la simulación numérica, evidenciando la validez de la aplicación del Método de Elementos Finitos para este tipo de ensayos. La simulación numérica de las vigas continuas de gran peralte de hormigón armado a través del software ABAQUS, permitió observar mediante tonos policromáticos la evolución del estado tenso-deformacional dentro de la estructura, además de la distribución de los campos de tensiones, pudiéndose apreciar las zonas en tracción y en compresión, lo que permitió conocer mejor el comportamiento de dichas estructuras y pronosticar un posible tipo de falla para determinadas condiciones geométricas y de cargas.

A partir de la modelación numérica se observan además los estados tensionales en el acero del refuerzo, posibilitando diferenciar cuales son las barras de acero que realizan mayor trabajo ya que permite saber cuales son las zonas dentro de la estructura donde es necesario incrementar el refuerzo y en cuales no. Es importante resaltar que la modelación numérica en combinación con la experimentación precedente constituye una poderosa herramienta para el estudio de las estructuras de hormigón armado, ya que posibilita la comprensión del fenómeno físico que está ocurriendo a un costo mínimo de recursos, evitándose con esto la realización de ensayos experimentales los cuales implican para nuestro país una alta complejidad técnica y un gran costo material.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- ABAQUS: *User's Manual*, Ver. 6.10-1, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Inc., 2010.
- HAWRAZ, A.; KARIM M.; AGARWAL, V.C. Y AZIZ OMAR, Q.: «Effect of Opening Size and Location on the Shear Strength Behavior of R.C Deep Beams without Web Reinforcement», *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE)*, Vol 3., Num.7, pp. 28-38, 2013.
- ASIN, M. Y WALRAVEN, J.: «Numerical analysis of reinforcement concrete continuous deep beams», *Heron*, Vol 40, No.2, pp.163-178, 1995.

- BONILLA, J.: *Estudio del comportamiento de conectores tipo perno en estructuras compuestas de hormigón y acero mediante modelación numérica*, Tesis de Doctorado, Cuba, Villa Clara: UCLV, pp.128, 2008.
- BONILLA, J. Y HERNÁNDEZ, J.: «Predicción de la capacidad de carga resistente última de vigas de hormigón armado de gran peralte», *Revista Ingeniería Civil*, No. 166, CEDEX, Madrid, España, pp. 1-15, 2012.
- DIRAR SAMIR, M.O.; HASSAN Y MORLEY CHRIS, T.: *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete deep beams*, VIII International Conference on Computational Plasticity COMPLAS VIII E. Oñate and D. R. J. Owen (Eds) CIMNE, Barcelona, pp. 1- 4, 2005.
- ELLOBODY, E. Y YOUNG, B.: «Performance of shear connection in composite beams with profiled steel sheeting», *Journal of Constructional Steel Research*, No. 62, pp. 682-694, 2006.
- LAM, D. Y ELLOBODY, E.: «Behavior of headed stud shears connectors in composite Beam», *Journal of Structural Engineering*, Vol. 131, No. 1, pp. 96-106, 2005.
- LEE, J.K.; LI, C.G. Y LEE, Y.T.: *Experimental Study on Shear Strngth of Reinforcement Concrete Continuous with Web Opening*, The 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, China, pp. 12-17, 2008.
- LEE, J. Y FENVES, G. L.: «Plactic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures», *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.124, Num.8, pp.892-900, 1998.
- LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S. Y OÑATE, E.: «A Plastic-Damage Model for Concrete», *International Journal of Solids and Structures*, Vol.25, pp.229-326, 1989.
- QARANI, O.A Y SEDEEQ, Z.O.: «Ultimate shear strength of reinforced high strength concrete corbels subjected to vertical load», *Journal of Structural Engineering* ©ASCE, Vol. 18, No.1, pp.12, 2010.
- RODRÍGUEZ G.: *Estudio del comportamiento de vigas de gran peralte de hormigón armado mediante modelación numérica*, Tesis de Maestría en Estructuras, UCLV, Santa Clara, Cuba, pp.129, 2013.
- RODRÍGUEZ, G.; BONILLA, J. Y HERNÁNDEZ, J.: «Aplicación de la simulación numérica al estudio del comportamiento de vigas de gran peralte de hormigón armado», *Revista Ingeniería Civil*, No. 167, CEDEX, Madrid, España, pp. 101-116, 2012.

SINGH, B.; KAUSHIK, S.K.M.; NAVEEN, K.F. Y SHARMA S.: «Design of a continuous deep beam using the strut and tie method», *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, Vol. 7, No. 5, pp. 461-477, 2006.

ZHANG, N. Y TAN, K.H.: «Size effect in RC deep beams: Experimental investigation and STM verification», *Science Direct, Engineering Structures*, Vol. 29, pp. 3241–3254, 2007.